نام و نام خانوادگی : غزل عباسی‌فر کلاس : یازدهم گروه A۰۱ تکلیف : ۱۸

۱

$\frac{x_1}{y_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow x_1 = 5k$, $y_1 = 4k$ ⟵ عرض مستطیل $S_1 = 20k^2$ $\simeq 1{,}29$

$S_2 = (2k+2k\sqrt5)\times 4k = 8k^2 + 8k^2\sqrt5$

$\frac{x_2}{y_1 + 4k} = \frac{1+\sqrt5}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{4k+4\sqrt5 k}{2} = 2k+2\sqrt5 k$ $\frac{S_2}{S_1} = \frac{8k^2(1+\sqrt5)}{20k^2} =$

۲

قطر $= l$ ، طول $= x$ ، عرض $= y$ $l^2 = x^2 + y^2$ $l = \sqrt{x^2+y^2}$

$\frac{l}{x} = \frac{1+\sqrt5}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x} = \frac{1+\sqrt5}{2} \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{x^2} = \left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right)^2$

$\rightarrow 1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right)^2 = \frac{1+5+2\sqrt5}{2} \Rightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{6+2\sqrt5-2}{2}$

$\xrightarrow{\text{معکوس}} \left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{\cancel{2}}{\cancel{4}+\cancel{2}\sqrt5} = \frac{1}{2+\sqrt5} = \frac{2-\sqrt5}{4-5} = \boxed{\sqrt5-2}$

۳

$\sqrt{2a^2+4a} = 2-3a \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2a^2+4a = 9a^2-12a+4 \Rightarrow 7a^2-16a+4=0$

$\Longrightarrow a = 2 , \frac{2}{7}$ ✓ غ ق ق / ق ق $2a^2+4a>0$ $2(a^2+2a)\geq 0$ $2a(a+2)>0$

-2 ، 0 : $+$ | $-$ | $+$ $\Longrightarrow$ محدوده a ، و $2-3a\geq 0 \Rightarrow 2 \geq 3a$ $\frac{2}{3}\geq a$

$\frac{a+1}{a} = \frac{2}{7}+1 \div \frac{2}{7} = \frac{9}{2}$

۴

$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \longrightarrow \frac{\sqrt{x+1}\,(3-\sqrt{x-1}-\sqrt{x-1}-3)}{9-x+1} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$

طرفین وسطین

$(\sqrt{x+1})(-2\sqrt{x-1})(\sqrt{x-1}) = (x-1)(10-x)$

$\sqrt{x+1} = \frac{(x-1)(10-x)}{|-2x+2|} \Rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{(x-1)(10-x)}{-2|x-1|} \xrightarrow{\text{if } x\geq 1 \ ①}$

$-2\sqrt{x+1} = 10-x \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x+4 = x^2-20x+100 \Rightarrow$

$x^2-24x+96=0 \Longrightarrow$ دو ریشه ⊕ دارد ①

$D \Rightarrow x+1\geq 0$ $x\geq -1$ $x-1\geq 0$ $x\geq 1 \Longrightarrow D=[1,+\infty)$

۵

$(2-x)=t \Rightarrow \frac{1}{\sqrt t+2} - \frac{1}{2-\sqrt t} = \frac{t}{5\sqrt t} \longrightarrow \frac{2-\sqrt t-\sqrt t-2}{4-t} = \frac{t}{5\sqrt t}$

$\Longrightarrow \frac{-2\sqrt t}{4-t} = \frac{t}{5\sqrt t} \Longrightarrow -t^2+4t = -10t \Longrightarrow t^2-14t=0$ $t(t-14)=0$

$t=0 \Rightarrow 2-x=0 \Rightarrow x=2$ غ ق ق ⟵ $x=2 \Longrightarrow$ ریشه مخرج صفر می‌شود در عبارت غیرقابل قبول

$t=14 \Rightarrow 2-x=14 \Rightarrow x=-12$ غ ق ق $\Longrightarrow 2-x\geq 0$ $2\geq x$

معادله ریشه مثبت ندارد

۶

$$\frac{(1-x)^2+x^2}{x^2(1-x)^2}=\frac{160}{9} \Longrightarrow 18x^2-18x+9=160x^2(1-x)^2$$

← اما راه حل ساده‌تر:

$$\frac{1}{x}=a \quad \frac{1}{1-x}=b \Longrightarrow a^2+b^2=\frac{160}{9} \quad (a+b)=\frac{x-x+1}{x(1-x)}=\frac{1}{x(1-x)}$$

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=\left(\frac{1}{x(1-x)}\right)^2-2\left(\frac{1}{x(1-x)}\right) \quad a\cdot b=\frac{1}{x(1-x)}$$

$$\Longrightarrow \frac{1}{x(1-x)}=t \quad t^2-2t=\frac{160}{9} \Longrightarrow t^2-2t-\frac{160}{9}=0$$

$$t=\frac{2\pm\frac{26}{3}}{2} \quad ① \quad \frac{1}{x(1-x)}=\frac{2+\frac{26}{3}}{2} \Longrightarrow 16x(1-x)=3$$

$$-16x^2+16x=3 \Longrightarrow 16x^2-16x+3=0 \longrightarrow S=1$$

$$② \quad \frac{1}{x(1-x)}=\frac{2-\frac{26}{3}}{2}=\frac{-20}{3} \Longrightarrow -20x(1-x)=3$$

$$20x^2-20x-3=0 \Longrightarrow S=1 \qquad 1+1=\boxed{2} \Longrightarrow$$ یک عبارت درجه ۴

۷

$$-x^2+6x-8\geq 0 \Longrightarrow 2\leq x\leq 4 \quad x^2+\sqrt{-x^2+6x-8}\geq 0$$

$$-x^2\leq\sqrt{-x^2+6x-8} \Longrightarrow x^4\leq -x^2+6x-8$$

$$-x^3+4x^2+25x-100\geq 0 \Longrightarrow$$ جایگذاری می‌کنیم اعداد بازه $[2,4]$ ←

$x=2 \rightarrow -8+8+50-100\geq 0$ غ ق ق

$x=3 \rightarrow -27+36+75-100\geq 0$ غ ق ق

$x=4 \rightarrow -64+64+100-100\geq 0$ ق ق ✓

$x=4 \rightarrow$ تنها عدد ۴ در معادله صدق می‌کند ← عبارت را صفر کرد پس اعداد کوچکتر از ۴ همه غیر قابل قبول هستند و بزرگتر نیز همینطور

① جواب

۸

$A(2,5) \quad B(-4,7)$

$$\overrightarrow{AB}=\sqrt{(7-5)^2+(-4-2)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

$x\leq -2$	-2 … $+1$	$x\geq 1$
$-x-2-x+1=\frac{-1}{3}x+\frac{17}{3}$	$x+2+1-x=\frac{-1}{3}x+\frac{17}{3}$	$x+2+x-1=\frac{-1}{3}x+\frac{17}{3}$
$\rightarrow -5x=20$	$\rightarrow 9=-x+17$	$\xrightarrow{\times 3} 7x=14$
$x=-4$	$x=8$ غ ق ق	$x=2$
$(-4,7)$	$\times$	$(2,5)$

۱۰

$x =$ بهروز

$y =$ فرهاد

$$\frac{۱}{x} + \frac{۱}{y} = \frac{۱}{۲۰} \Longrightarrow \frac{۱}{x} + \frac{۱}{x+۹} = \frac{۱}{۲۰}$$

$$\Longrightarrow \frac{\overset{۲x+۹}{\cancel{x+۹+x}}}{x(x+۹)} = \frac{۱}{۲۰} \Longrightarrow x^۲ + ۹x = \overset{۴}{۲}۰x + ۱۸۰$$

$$\Longrightarrow x^۲ - ۳۱x - ۱۸۰ = ۰ \qquad x = \frac{۳۱ \pm \sqrt{۱۶۸۱}}{۲} \Longrightarrow \overset{\text{ق ق}}{x} = \frac{۳۱+۴۱}{۲}$$

$$= \boxed{۳۹}$$

۹

$x \geq 2 \Longrightarrow x - 2 = \frac{1}{2}x + 2 \Longrightarrow x = 8$

$x < 2 \Longrightarrow 2 - x = \frac{1}{2}x + 2 \Longrightarrow x = 0$

نقاط تلاقی

مثلث با قاعده ۲ و ارتفاع ۳ : $\frac{2 \times 3}{2} = 3$ ← بین ۲ تا ۰ x ← ارتفاع $\boxed{12} = 9 + 3 =$ $S_{کل}$

مثلث با قاعده ۶ و ارتفاع ۳ : $\frac{6 \times 3}{2} = 9$ ← بین $x = 2$, $x = 8$