سارا سامانی یازدهم دختر A تکلیف شماره ۱۸

۱- می دانیم در مستطیل طلایی $\frac{L}{w}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

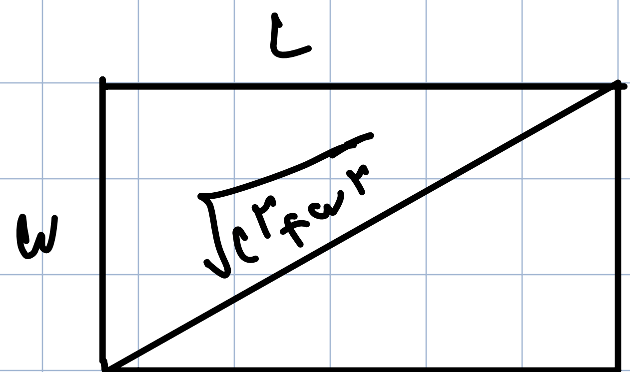
$$\frac{5+x}{4}=\frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow 2x+10=4\sqrt{5}+4 \Rightarrow$$

$$2x=4\sqrt{5}-6 \Rightarrow x=2\sqrt{5}-3 \Rightarrow L'=2\sqrt{5}+2$$

$$S=4\times 5=20 \qquad S'=(2\sqrt{5}+2)(4)=8\sqrt{5}+8$$

$$\frac{8\sqrt{5}+8}{20}=\frac{8(\sqrt{5}+1)}{20}=\underline{0/4(\sqrt{5}+1)}$$

۲-




$$\frac{\sqrt{L^2+w^2}}{L}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$ به توان ۲

$$\frac{L^2+w^2}{L^2}=\underbrace{\frac{6+2\sqrt{5}}{4}}_{3+\sqrt{5}} \Rightarrow 1+\frac{w^2}{L^2}=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$$

$$\overline{\phantom{xx}}\;\;2$$

$$\frac{3+\sqrt{5}-2}{2}=\frac{w^2}{L^2}\Rightarrow\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\frac{w^2}{L^2}\Rightarrow\frac{L^2}{w^2}=\frac{2}{\sqrt{5}+1}=\boxed{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$$

۳ـ

$$3a-2=-\sqrt{2a^2+4a}\xrightarrow{\text{به توان ۲}}9a^2-12a+4=2a^2+4a$$

$$7a^2-16a+4=0\qquad\Delta=256-4(4)(7)=144$$

$$\frac{16\pm\sqrt{144}^{\,12}}{14}\begin{cases}\nearrow 2 & \text{غ ق ق}\\ \searrow \frac{2}{7} & \text{ق ق}\end{cases}\qquad\qquad \frac{a+1}{a}=\frac{\frac{9}{7}}{\frac{2}{7}}=\boxed{\frac{9}{2}}$$

۴ـ

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3}-\frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}}=\frac{x-1}{\underbrace{\sqrt{x-1}}_{x-1>0}}\Rightarrow x>1,\;3-\sqrt{x-1}\neq 0\Rightarrow x\neq 10$$

$$t=\sqrt{x-1},\;(t\geq 0)\Rightarrow x=t^2+1\Rightarrow\sqrt{x+1}=\sqrt{t^2+2}$$

$$\sqrt{t^2+2}\left(\frac{1}{t+3}-\frac{1}{3-t}\right)=\frac{t^2}{t}=t\;,\;\frac{1}{t+3}-\frac{1}{3-t}=\frac{(3-t)-(t+3)}{(t+3)(3-t)}=$$

$$\frac{-2t}{-(t^2-9)}=\frac{2t}{t^2-9}\Rightarrow\sqrt{t^2+2}\cdot\frac{2t}{t^2-9}=t\xrightarrow{\div t}$$

$$\frac{2\sqrt{t^2+2}}{t^2-9}=1 \Rightarrow 2\underbrace{\sqrt{t^2-9}}_{\text{همواره مثبت}} = t^2-9 \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$

$$\Rightarrow t \neq 3,\ t^2-9 \geq 0 \Rightarrow t > 3$$

$$4t^2+8 = t^4-18t^2+81 \longrightarrow t^4-22t^2+73$$

$$t^2 = u \Rightarrow u^2-22u+73=0 \rightarrow \frac{22\pm\sqrt{192}}{2} \Rightarrow$$

$$u = 11 \underset{\text{غ ق ق}}{\pm} 4\sqrt{3} \Rightarrow t^2 = 11+4\sqrt{3} \Rightarrow t^2 = x-1 \Rightarrow$$

$$x = 12+4\sqrt{3} \longrightarrow \text{فقط یک ریشه مثبت}$$

۵-

$$2-x=t \qquad x\neq 2 \qquad \frac{1}{\sqrt{t}+2}-\frac{1}{2-\sqrt{t}} = \frac{t}{5\sqrt{t}} \Rightarrow$$

$$\frac{2-\sqrt{t}-\sqrt{t}-2}{4-t} = \frac{t}{5\sqrt{t}} \Rightarrow \frac{-2\sqrt{t}}{4-t} = \frac{t}{5\sqrt{t}} \Rightarrow$$

$$4t-t^2 = -10t \Rightarrow t^2-14t=0 \rightarrow t=0,\quad t=14$$

$2-x=0 \rightarrow x=2$ غ ق ق — معادله فاقد ریشه مثبت است

$2-x=14 \rightarrow x=-12$ غ ق ق

۶-

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(1-x)^2}=160 \qquad x=\frac{1}{2}+t$$

$$\frac{1}{(\frac{1}{2}+t)^2}+\frac{1}{(\frac{1}{2}-t)^2}=\frac{160}{9} \longrightarrow \frac{\frac{1}{4}+t^2-t+\frac{1}{4}+t^2+t}{(\frac{1}{4}-t^2)^2}=$$

$$\frac{\cancel{2}(\frac{1}{4}+t^2)}{(\frac{1}{4}-t^2)^2}=\frac{\overset{80}{\cancel{160}}}{9} \longrightarrow \frac{9}{4}+9t^2 \Longrightarrow 320t^4-196t^2+11=0$$

$$t^2=u$$

$$320u^2-196u+11=0$$

$$\Delta=156 \longrightarrow \frac{196\pm156}{640} \begin{cases} \to u=\frac{1}{16} \\ \to u=\frac{11}{20} \end{cases} \qquad t=\pm\frac{1}{4}\,,\ \pm\frac{\sqrt{55}}{10}$$

$$x=\frac{1}{2}+t \longrightarrow x=\frac{1}{4}\,,\ \frac{3}{4}\,,\ \frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{55}}{10} \xrightarrow{\text{جمع}} =2$$

۷-

$$-x^2+6x-8\geq 0 \longrightarrow (x-2)(x-4)\leq 0 \Longrightarrow 2\leq x\leq 4$$

$$x\in[2,4]$$

سمت چپ معادله همواره مثبت است

if $x=2 \longrightarrow -x^3+4x^2+25x-100<0$ غ ق ق

if $x=4 \longrightarrow \sqrt{4}=2$ ق ق $\longrightarrow x+2=4+2=6 \Longrightarrow$

معادله یک جواب دارد

۸-

$$y=\begin{cases} ۲x+۱ & : x\geq ۱ \\ ۳ & : -۲\leq x\leq ۱ \\ -۲x-۱ & x\leq -۲ \end{cases} \qquad y=\frac{۱۷-x}{۳}$$

$x\geq ۱ \longrightarrow ۲x+۱=\frac{۱۷-x}{۳} \Rightarrow ۶x+۳=۱۷-x$

$۷x=۱۴ \Rightarrow \underset{\checkmark}{x=۲}, y=۵$ ق ق

$-۲\leq x\leq ۱ \longrightarrow \frac{۱۷-x}{۳}=۳ \longrightarrow ۱۷-x=۹ \longrightarrow x=۸$ غ ق ق

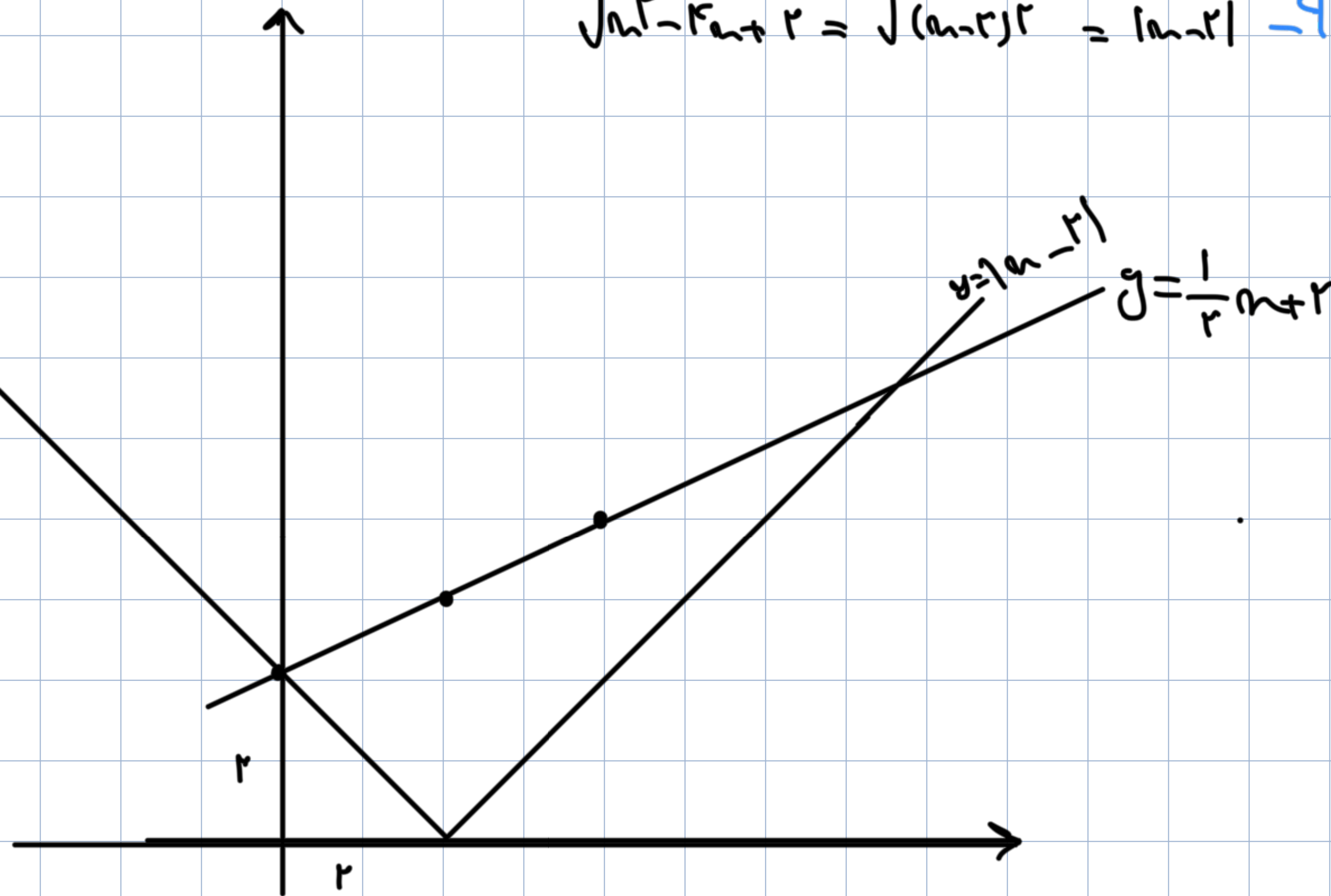
$x\leq -۲ \longrightarrow -۲x-۱=\frac{۱۷-x}{۳} \longrightarrow -۶x-۳=۱۷-x \longrightarrow$

$۵x=-۲۰ \longrightarrow \underset{\checkmark}{x=-۴}, y=۷$ ق ق

$A(۲,۵) - B(-۴,۷) \longrightarrow AB=\sqrt{(۲-(-۴))^۲+(۵-۷)^۲}=$

$\sqrt{۴۰}=۲\sqrt{۱۰}$

۹- $\sqrt{x^۲-۴x+۴} = \sqrt{(x-۲)^۲} = |x-۲|$




$x \geq ۲$

$\frac{۱}{۲}x + ۲ = x - ۲ \rightarrow ۴ = \frac{۱}{۲}x \rightarrow x = ۸ , y = ۶$

$x < ۲ \rightarrow \frac{۱}{۲}x + ۲ = ۲ - x \rightarrow x = ۰ , y = ۲$

| | | |
|---|---|---|
| ۲ | ۰ | ۱ |
| ۰ | ۲ | ۱ |
| ۸ | ۶ | ۱ |

$\rightarrow \frac{۱}{۲}(\underbrace{۱۶+۱۲+۰-۴-۰-۰}_{۲۴}) = ۱۲$

۱۰- بهروز $= x$

فرهاد $= x+۹$

$\frac{۱}{x} + \frac{۱}{x+۹} = \frac{۱}{۲۰} \rightarrow \frac{\overbrace{x+x+۹}^{۲x+۹}}{x^۲+۹x} = \frac{۱}{۲۰}$

$$۴۰x + ۱۸۰ = x^{۲} + ۹x \longrightarrow x^{۲} - ۳۱x - ۱۸۰ = ۰$$

$$\frac{۳۱ \pm ۴۱}{۲} \begin{cases} \nearrow \; \boxed{x = ۳۶} \\ \searrow \; x = -۵ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$