

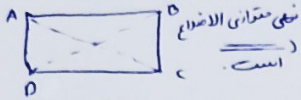
$A(-2, k), B(1, m)$

(1)

شیب خط $\frac{dy}{dx} = \frac{k-m}{-2-1} = -\frac{1}{3} \Rightarrow k-m = \frac{1}{3}$

طول $AB = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{9 + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{82}{9}}$

مساحت $S = (AB)^2 = \left(\sqrt{\frac{82}{9}}\right)^2 = \frac{82}{9}$



$\pi A + \pi C = \pi B + \pi D \Rightarrow -1 + \pi = 3 - 1 - \pi \Rightarrow 2\pi = 3 \Rightarrow \pi = \frac{3}{2}$

(2)

$BC \perp CD \Rightarrow m_{BC} \times m_{CD} = -1 \Rightarrow \frac{y+3-y}{-1-\pi-\pi} = \frac{-x+3}{y-1} \Rightarrow \frac{4\pi}{y-1} = \frac{-3}{\epsilon} \Rightarrow y = 5y+3 \Rightarrow y = 1$

محیط $2(AD+DC)$

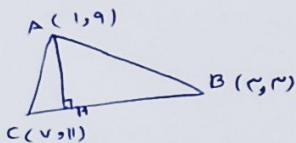
$A(-1, 4), B(3, 1), C(\frac{3}{2}, -1), D(\frac{1}{2}, 4)$

$AB = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{34} \leq \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$, $DC = \sqrt{(\frac{3}{2})^2 + (-5)^2} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2(\frac{5}{2} + \frac{7}{2}) = 12$

شیب خط $\tan \theta = \frac{y}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{ym}{m^2-1} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 - \sqrt{3} = -ym \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + ym - \sqrt{3} = 0$

(3)

تفاوت دو معادله $\frac{\sqrt{D}}{|a|} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{(-2-5\sqrt{3})(5\sqrt{3})}}{|5\sqrt{3}|} = \frac{\sqrt{15}}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$



فاصله نقطه A از خط BC $AH = \frac{|9 - 3(1) + 3|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \frac{10\sqrt{10}}{10} = \sqrt{10}$

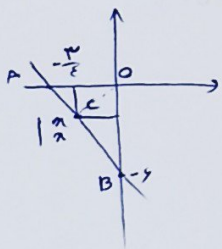
(4)

معادله خط CB $m_{CB} = \frac{11-3}{4-3} = 8 \Rightarrow y-3 = 8(x-3) \Rightarrow y = 8x-21$

فاصله نقطه B از خط AC $BH = \frac{|4(1) - 3(3) - 17|}{\sqrt{1^2 + 9}} = \frac{22}{\sqrt{10}}$

(5)

معادله خط AB $y = 2x + 19$
فاصله نقطه B از خط AB $CB = 2y - vx = -19 \Rightarrow -2x + v = \frac{v(x-19)}{2} \Rightarrow -2x + (4 \pm \sqrt{v} - 19) = 11x \pm 33 \Rightarrow x \leq 3, y \leq 1$



معادله خط AB $m_{AB} = \frac{-2-2}{0-(-1)} = -4 \Rightarrow -4x + b = y \Rightarrow -4(0) + b = -2 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow y = -4x - 2$

(6)

$C \mid \pi \Rightarrow x = -\pi - 5 \Rightarrow 9\pi = -5 \Rightarrow \pi = -\frac{5}{9}$

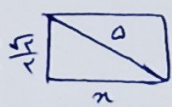
طول خط $OC = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = 1$

1) $y - ax = 1$
2) $ay - x = a-1$ $\Rightarrow$ دو خط موازی $\Rightarrow$ همبستگی $\Rightarrow$ شیب برابر دارند $a \neq 0 \Rightarrow a \neq \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 \neq 1 \Rightarrow a \neq \pm 1$

(7)

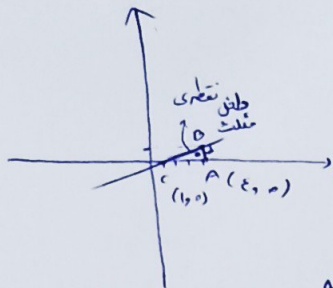
چون طبق صورت سوال نقطه (1, 2) یکی از رئوس صی است مستطیل است پس باید دو خطی از دو معادله خط داده شده صریکند پس نقطه حالت $a=1$ قابل قبول است.

1) $y - x = 1$
2) $y = x \Rightarrow$ فاصله دو خط موازی $= \frac{|c-c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \leq x$



$\frac{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \leq x$

مساحت $S = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$



$$\begin{aligned} x - 4y &= 1 \\ x &= 4y + 1 \\ y &= 0 \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$h \leq AB$$

$$S = \frac{h \times BC}{2}$$

$$AB \leq \frac{|x_2 - x_1|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

طبق قضیه فیثاغورس

$$BC^2 = AC^2 - AB^2 = \frac{11}{10} = \frac{9}{10}$$

$$S = \frac{9}{\sqrt{10}} \times \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{27}{10}$$

① سبب مساحت مثلث وقتی حاصل می شود که رأس سوم مثلث (نقطه) محل تقاطع خط (۱) و خط (۲) باشد.

$$AC \leq 3$$

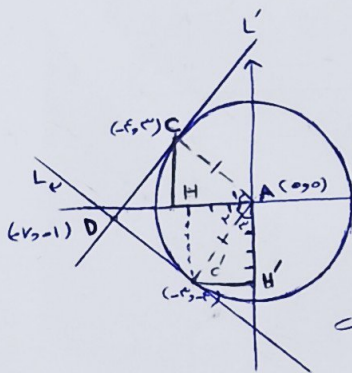
$$m \leq \sqrt{2} \leq \frac{b-a}{-\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} \leq \frac{b-a}{\frac{1}{n}} \Rightarrow b-a \leq \frac{\sqrt{2}}{n}$$



$$n \leq AB \leq \sqrt{(b-a)^2 + (\frac{1}{n} + \frac{1}{m})^2} \leq \frac{2}{n}$$

$$n \leq \sqrt{2} \leq \frac{\sqrt{2}}{m}$$

طبق قضیه فیثاغورس $n^2 + n^2 = (قطر)^2 \Rightarrow قطر = n\sqrt{2}$



① در این شعاع دایره به نقطه C بر خط مماس عمود است پس $\angle DCA = 90^\circ = \angle DCA$

با توجه به صورت سوال خط L بر خط L عمود است پس $\angle D = 90^\circ$

پس در چهارضلعی ACDC' هر چهار زاویه برابر با 90° است (مستطیل) و چون AC و A'C' شعاع دایره هستند بالکلیه برابرند $(ACDC' \text{ مربع است})$

$$\begin{aligned} \angle C \leq 90^\circ &\Rightarrow \angle A_1 + \angle A_2 \leq 90^\circ \\ \angle D \leq 90^\circ &\Rightarrow \angle A_2 + \angle A_3 \leq 90^\circ \end{aligned} \Rightarrow \angle A_1 \leq \angle A_3$$

از نقطه C و C' به ترتیب بر محورهای مختصات عمود می کشیم که محورهای عمود بر نقطه H و H' قطع می شوند پس $90^\circ = \angle H' \leq \angle H$

$$\begin{cases} \angle H = \angle H' \leq 90^\circ \\ AC \leq AC' \Rightarrow \text{شعاع دایره} \\ \angle A_1 \leq \angle A_3 \end{cases} \Rightarrow \triangle AHC \cong \triangle AHC' \Rightarrow \begin{cases} \angle C \leq \angle C' \\ CH \leq CH' \\ AH \leq AH' \end{cases} \Rightarrow C(-3, 3)$$

لاشعاع
نقطه متوازی
ACDC' است

$$\begin{aligned} x_A + x_D &\leq x_C + x_{C'} \Rightarrow 0 + x_D \leq -7 + (-1) \Rightarrow D(-7, -1) \\ y_A + y_D &\leq y_C + y_{C'} \Rightarrow 0 + y_D \leq 3 + 3 \Rightarrow y_D \leq 6 \end{aligned} \Rightarrow D(-7, -1) \Rightarrow (-7) \times (-1) \leq (7)$$

نقطه D محل برخورد دو خط L و L' است