

۲۰

$A(-2, k), B(1, m)$

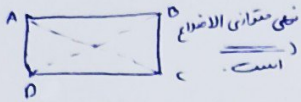
۱)

شیب خط $\leq \frac{dy}{dx} \leq \frac{k-m}{-2-1} = -\frac{1}{3} \Rightarrow k-m \leq 3$

طول $AB = \sqrt{(m-k)^2 + (1+2)^2} \leq \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

مساحت $S \leq (AB)^2 \leq (1+9) \leq (10)$

۲)



$\pi A + \pi C \leq \pi B + \pi D \Rightarrow -1 + \pi \leq 3 - 1 - \pi \Rightarrow 2\pi \leq 3 \Rightarrow \pi \leq \frac{3}{2}$

۳)

$BC \perp CD \Rightarrow m_{BC} \times m_{CD} = -1 \Rightarrow \frac{y+3-y}{-1-\pi-\pi} = \frac{-x+3}{y-1} \Rightarrow \frac{4\pi}{y-1} = \frac{-x}{y-1} \Rightarrow y = 5y+3 \Rightarrow (4)$

محیط $2(AD+DC) \leq$

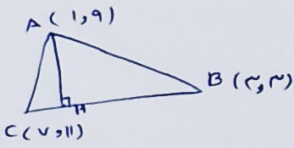
$A(-1, 4), B(3, 1), C(\frac{3}{2}, -1), D(\frac{1}{2}, 4)$

$AB = \sqrt{(3+1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$, $DC = \sqrt{(\frac{3}{2}-\frac{1}{2})^2 + (-1-4)^2} = 5 \Rightarrow 2(\frac{5}{2} + 5) \leq (10)$

شیب خط $\tan \theta \leq \sqrt{3} \Rightarrow \frac{y-m}{m^2-1} \leq \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 - \sqrt{3} \leq -ym \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + ym - \sqrt{3} \leq 0$

۴)

تفاوت دو معادله $\frac{\sqrt{D}}{|a|} \leq \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|} \leq \frac{\sqrt{(-1-5\sqrt{3})(5\sqrt{3})}}{|5\sqrt{3}|} \leq \frac{\sqrt{15}}{5\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$



فاصله نقطه A از خط BC $AH \leq \frac{|9-5(1)+3|}{\sqrt{1^2+5^2}} = \frac{10}{\sqrt{26}} = \frac{10\sqrt{26}}{26} \leq (2\sqrt{13})$

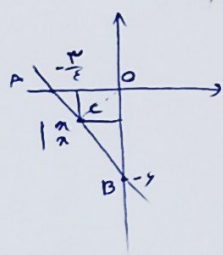
۵)

معادله خط CB $m_{CB} = \frac{11-3}{4-3} = 8 \Rightarrow y-3 = 8(x-3) \Rightarrow y = 8x-21$

فاصله نقطه B از خط AC $BH \leq \frac{|4(1)-3(3)-17|}{\sqrt{1+9}} = \frac{22}{\sqrt{10}}$

۶)

مقاطع $AB \leq y+2x \leq 7$, $-2x+7 \leq \frac{y+19}{2} \Rightarrow -4x+14 \leq y+19 \Rightarrow 11x \leq 33 \Rightarrow x \leq 3, y \leq 1$



معادله خط $AB \Rightarrow m_{AB} = \frac{-2-2}{0+1} = -4 \Rightarrow -4x+y = -2 \Rightarrow y = 4x-2$

۷)

$C \mid \pi \Rightarrow x \leq -\pi n - 6 \Rightarrow 9n \leq -6 \Rightarrow n \leq -\frac{2}{3}$

طول خط $OC = \sqrt{(\frac{1}{2}-0)^2 + (\frac{1}{2}-0)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

۱) $y - ax \leq 1$

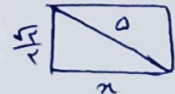
۲) $ay - x \leq a-1 \Rightarrow$ دو خط موازی هستند $a \neq \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 \neq 1 \Rightarrow a \neq \pm 1$

۱) $y+x \leq 1 \Rightarrow y \leq -x+1$, $-y-x \leq -2 \Rightarrow y \geq -x-2$

چون طبق صورت سوال نقطه (۱, ۲) یکی از رئوس می باشد مستطیل است پس باید دایره از دو معادله خط داده شده صرفی گذریش فقط حالت $a=1$ قابل قبول است.

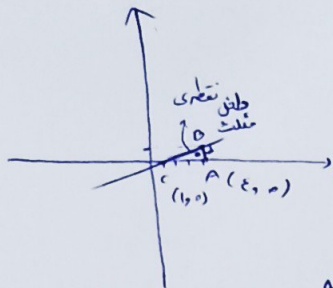
۱) $y - x \leq 1$

۲) $y = x \Rightarrow$ فاصله دو خط موازی $\leq \frac{|c-c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$



$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq 1$

مساحت $S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$



$$\begin{aligned} x - 4y &= 1 \\ x &= 4y + 1 \\ y &= 0 \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$h \leq AB$$

$$S = \frac{h \times BC}{2}$$

$$AB \leq \frac{|x_2 - x_1|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$BC \leq \frac{AC^2 - AB^2}{2 \times \frac{3}{\sqrt{10}}} = \frac{11}{10} \times \frac{\sqrt{10}}{3} = \frac{11\sqrt{10}}{30}$$

$$S \leq \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{11\sqrt{10}}{30} = \frac{11}{20}$$

① بیشترین مساحت مثلث وقتی حاصل می شود که رأس سوم مثلث (نقطه) محل تقاطع خط $(x=1)$ با محور x باشد $(1, 0)$ $AC \leq 3$

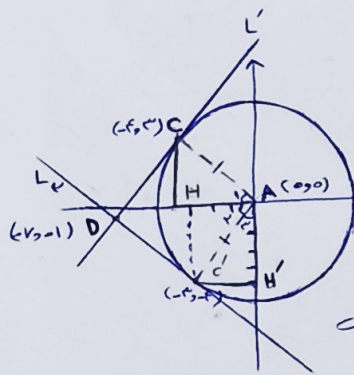
$$m \leq \sqrt{r} \leq \frac{b-a}{-\frac{1}{r} + \frac{1}{r}} \leq \frac{b-a}{\frac{1}{r}} \Rightarrow b-a \leq \frac{\sqrt{r}}{r}$$



$$n \leq AB \leq \sqrt{(b-a)^2 + (\frac{1}{r} + \frac{1}{r})^2} \leq \frac{r}{r}$$

$$n \leq \sqrt{r} \leq \frac{\sqrt{r}}{r}$$

طبق قضیه فیثاغورس $n^2 + n^2 = r^2 \Rightarrow n = \frac{\sqrt{r}}{2}$



① در این شعاع دایره نقطه‌ای بر خط مماس عمود است پس $\angle DCA = 90^\circ = \angle DCA$

با توجه به صورت سوال خط L بر خط L' عمود است پس $\angle D \leq 90^\circ$

پس در چهارضلعی $ACDC'$ هر چهار زاویه برابر با 90° است (مستطیل) و چون AC و AC' شعاع دایره هستند بالکلیه برابرند $(ACDC' \text{ مربع است})$

از نقطه‌های C و C' به ترتیب بر محورهای مختصات عمود می‌نیم که محورهای H و H' قطع می‌شوند پس $90^\circ = \angle H' = \angle H$

$$\begin{cases} \angle H = \angle H' = 90^\circ \\ AC = AC' \\ \angle A_1 = \angle A_2 \end{cases} \Rightarrow \triangle AHC \cong \triangle AHC' \Rightarrow \begin{cases} \angle C = \angle C' \\ CH = CH' \\ AH = AH' \end{cases} \Rightarrow C(-3, 3)$$

لاشعاع
نقطه ستوانی
است

$$ACDC' \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_D \leq x_C + x_{C'} \\ y_A + y_D \leq y_C + y_{C'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 + x_D \leq -3 + 3 \\ 0 + y_D \leq 3 - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D \leq 0 \\ y_D \leq 0 \end{cases} \Rightarrow D(-7, -1) \Rightarrow (-7) \times (-1) \leq (3)$$