ماهگل میرنقشایی ←

⑳

۱ ←

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{۸-(-۶)}{۲-۴} = -\frac{۱۴}{۲} = -۷ \rightarrow$$

②

$$\text{عمودمنصف}\ m = {}^{۱}\!/_{۷}$$

$$m \left| \begin{array}{l} \dfrac{x_A + x_B}{۲} = \dfrac{۲+۴}{۲} = ۳ \\[2ex] \dfrac{y_A + y_B}{۲} = \dfrac{۸-۶}{۲} = ۱ \end{array} \right. \longrightarrow$$

$$y - y_m = m(x - x_m)$$

$$y - ۱ = \frac{۱}{۷}(x - ۳) \longrightarrow$$

$$\boxed{y = {}^{۱}\!/_{۷}\, x + {}^{۴}\!/_{۷}}$$

AH = فاصله نقطه A از خط BC

۲ ←

②

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{۳-۷}{-۱-(-۴)} = -{}^{۴}\!/_{۳}$$

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - ۷ = -{}^{۴}\!/_{۳}\,(m + ۴) \Longrightarrow$$

$$\xrightarrow{\times ۳} ۳y + ۴x - ۵ = ۰$$

$$AH = \frac{|۳\times۱ + ۴\times۳ - ۵|}{\sqrt{۳^{۲}+۴^{۲}}} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^{۲} + (y_C - y_B)^{۲}} = \sqrt{۳^{۲}+۴^{۲}} = ۵$$

$$BC - AH = ۵ - ۲ = \boxed{۳}$$

قطر دایره = فاصله ۲ خط $\Rightarrow (۲y - x - ۷ = 0) \xrightarrow{\times ۲} ۴y - ۲x - ۱۴ = 0$ ←۳

$\uparrow$

$۴y - ۲x - ۲ = 0$ (۲)

$$۲r = \frac{|c' - c|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} = \frac{|-۲ + ۱۴|}{\sqrt{۱۶ + ۴}} = \frac{۱۲}{۲\sqrt{۵}} = \frac{۶}{\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{۳}{\sqrt{۵}}$$

$$S = \pi r^۲ \rightarrow S = \pi \times \frac{۳}{\sqrt{۵}} \times \frac{۳}{\sqrt{۵}} = \boxed{{}^{۹}/_{۵}\,\pi}$$

←۴

$$M \left| \begin{array}{l} \dfrac{x_A + x_B}{۲} = \dfrac{۲ + ۴}{۲} = ۳ \\[2ex] \dfrac{y_A + y_B}{۲} = \dfrac{۱ + ۳}{۲} = ۲ \end{array} \right.$$

(۲)

$$m_{AB} = \frac{۱ - ۳}{۴ - ۲} = -۱ \rightarrow m_{CH} = ۱$$

$$CH \rightarrow y + ۳ = x + ۱ \rightarrow y = x - ۲$$

$$AB \rightarrow y - y_A = m(x - x_A)$$

$$y - ۳ = -۱(x - ۲) \rightarrow y = -x + ۵$$

نقطه H نقطه برخورد CH و AB است

$$x - ۲ = -x + ۵ \Rightarrow ۲x = ۷ \Rightarrow x = {}^{۷}/_{۲} , y = {}^{۳}/_{۲}$$

$$MH = \sqrt{\left(\frac{۷}{۳} - ۳\right)^۲ + \left(\frac{۳}{۲} - ۲\right)^۲} = \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$$

---

۵ ←

۲

$$(۳m-۲)x + (۵-m)y - ۷ = ۰$$

$$\rightarrow m_۱ = \frac{۳m-۲}{m-۵}$$

$$(m+۱)x - (۲m-۴)y + ۱ = ۰$$

$$\rightarrow m_۲ = \frac{m+۱}{۲m-۴}$$

۲خط عمودند $\rightarrow m_۱ \times m_۲ = -۱ \Rightarrow \frac{۳m-۲}{m-۵} \times \frac{m+۱}{۲m-۴} = -۱$

$$\Rightarrow \frac{۳m-۲}{m-۵} = \frac{-۲m+۴}{m+۱} \Rightarrow ۳m^۲ - ۲m + ۳m - ۲ = -۲m^۲ + ۴m + ۱۰m - ۲۰$$

$$\rightarrow ۵m^۲ - ۱۳m + ۱۸ = ۰ \rightarrow \Delta < ۰$$

این ۲ خط توانایی عمود بودن بر هم را ندارند

---

۶ ←

۲

$AB \Rightarrow x + ۲y = ۳ \rightarrow y = -\frac{۱}{۲}x + \frac{۳}{۲}$

$AC \Rightarrow y = ۲x - ۱$

$BC \Rightarrow x + y = ۴ \Rightarrow y = -x + ۴$

$$\begin{cases} A(۱,۱) \\ B(۵,-۱) \\ C\left(\frac{۵}{۳}, \frac{۷}{۳}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}x_A + \frac{۳}{۲} = ۲x_A - ۱ \Rightarrow \frac{۵}{۲}x_A = \frac{۵}{۲} \Rightarrow x_A = ۱ , y_A = ۱$$

$$\Rightarrow -x_B + ۴ = -\frac{۱}{۲}x_B + \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}x_B = \frac{۵}{۲} \Rightarrow x_B = ۵ , y_B = -۱$$

$$\Rightarrow ۲x_C - ۱ = -x_C + ۴ \Rightarrow ۳x_C = ۵ \Rightarrow x_C = \frac{۵}{۳} , y_B = \frac{۷}{۳}$$

$$M \left| \begin{array}{l} \dfrac{۵ + \frac{۵}{۳}}{۲} = \frac{۱۰}{۳} \\ \\ \dfrac{\frac{۷}{۳} - ۱}{۲} = \frac{۲}{۳} \end{array} \right.$$

$$AM = \sqrt{\left(۱ - \frac{۱۰}{۳}\right)^۲ + \left(۱ - \frac{۲}{۳}\right)^۲} = \sqrt{\frac{۵۰}{۹}} = \frac{۵\sqrt{۲}}{۳}$$

فاصله A از خط ۵ $\Rightarrow AH = \dfrac{|۱ + ۱ - ۴|}{\sqrt{۲}} = \dfrac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$

$$\frac{AM}{AH} = \frac{\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}}{\sqrt{۲}} = \boxed{\frac{۵}{۳}}$$

۷ت (۲)

$b(۰, b) , A(a, ۰)$

$$y = -\frac{۱}{۲}x + b \xrightarrow{A(a,۰)} ۰ = -\frac{۱}{۲}a + b \Rightarrow b = \frac{۱}{۲}a \rightarrow$$

$$a = ۲b$$

فاصله $\Rightarrow \dfrac{|b|}{\sqrt{۱ + \frac{۱}{۴}}} = \dfrac{|b|}{\sqrt{\frac{۵}{۴}}} = \sqrt{۵} \rightarrow |b| = ۵$

$AB = \sqrt{a^۲ + b^۲} = \sqrt{۲۵ + ۱۰۰} = \sqrt{۱۲۵} = \boxed{۵\sqrt{۵}}$

۸ـ $(۰,۲)$ برخورد $\Leftarrow$ عرض از مبدا یکسان

②

$$\begin{cases} my - ۴x = ۲m \Rightarrow y = \frac{۴}{m}x + ۲ \\ y + mx = x + ۲ \Rightarrow y = (۱-m)x + ۲ \\ y = ۰ \end{cases}$$

$y_B = \frac{۴}{m}x_B + ۲ ,\ y_B = ۰ \Rightarrow \frac{۴}{m}x_B + ۲ = ۰ \Rightarrow$

$\frac{۴}{m}x_B = -۲ \Rightarrow x_B = -\frac{m}{۲} ,\ y_B = ۰$

$y_C = (۱-m)x_C + ۲ ,\ y_C = ۰ \rightarrow ۰ = (۱-m)x_C + ۲ \Rightarrow$

$(۱-m)x_C = -۲ \Rightarrow x_C = \frac{-۲}{۱-m} ,\ y_C = ۰$

$\Rightarrow A(۰,۲) ,\ B(-\frac{m}{۲}, ۰) ,\ C(\frac{۲}{m-۱}, ۰)$

قاعده $\Rightarrow |x_B - x_C| = \frac{۵}{۲} \Rightarrow \left|\frac{۲}{m-۱} + \frac{m}{۲}\right| = \frac{۵}{۲}$

$\Rightarrow \frac{m^۲ - m + ۴}{\cancel{۲m-۲}\ m-۱} = \frac{۵}{\cancel{۲}} \Rightarrow m^۲ - m + ۴ = ۵m - ۵$

$\Rightarrow m^۲ - ۶m + ۹ = ۰ \rightarrow m = ۳$

$(۴) \rightarrow \dfrac{m^۲ - m + ۴}{\cancel{۲m - ۲}\atop m-۱} = -\dfrac{۵}{\cancel{۲}} \Rightarrow m^۲ - m + ۴ = -۵m + ۵$

$\Rightarrow m^۲ + ۴m - ۱ = ۰ \Rightarrow m = -۱$

ضرب $\rightarrow -۱ \times ۳ = \boxed{-۳}$

$d_۱ \Rightarrow y = ۲x - ۳$ ← ۹

$d_۲ \Rightarrow y = ۲x - c$ ۲

$d_۳ \Rightarrow y = ۲x - \dfrac{c+۳}{۲}$

$d_۳$ در $M \Rightarrow -۲ = ۴ - \dfrac{c+۳}{۲} \Rightarrow \dfrac{c+۳}{۲} = ۶ \rightarrow$

$c + ۳ = ۱۲ \rightarrow c = ۹ \Rightarrow \boxed{d_۲ = ۲x - ۹}$

$d \Rightarrow y = x + ۵$ ← ۱۰

$m_d = ۱ \Rightarrow m_{AA'} = -۱$ ۲

$y - y_A = -۱(x - x_A) \Rightarrow y - ۲ = -x + ۱ \Rightarrow y = -x + ۳$

d و AA' نقطه تلاقی $M \rightarrow x + ۵ = -x + ۳$

$\Rightarrow ۲x = -۲ \Rightarrow x = -۱ \,,\, y = ۴ \rightarrow A', A$ ط $, M$

$$M \left| \begin{array}{l} \frac{a+۱}{۲} = -۱ \Rightarrow a+۱ = -۲ \rightarrow a = -۳ \\ \frac{b+۲}{۲} = ۴ \Rightarrow b+۲ = ۸ \Rightarrow b = ۶ \end{array} \right.$$

$$۲b - a = ۱۲ - (-۳) = ۱۲ + ۳ \boxed{= ۱۵}$$