Subject: تکلیفات: درفش کاویان page: ( )

Year: Month: Day:

$x^۳ - ۴ = ۱۲x - ۲۰ \longrightarrow x^۳ - ۱۲x + ۱۶ \longrightarrow (a-۲)^۲(a+۴) \geq ۰$ ①

$(x^۲ - ۴x + ۲)(x+۴)$

$\Rightarrow a \geq -۴$

$f(۴) = ۲ \Rightarrow f(۴) = ۱۲ + k = ۲ \Rightarrow k = -۱۰$ ②

الف) $f(۷) \longrightarrow f(۷) = ۲۱ - ۱۰ = ۱۱$

ب) $f(f(x)) \longrightarrow f(۳x - ۱۰) = ۳(۳x - ۱۰) - ۱۰ = ۹x - ۴۰$

$۲a = \frac{a^۲}{a-۱} \Rightarrow ۲a^۲ - ۲a = a^۲ \Rightarrow a^۲ - ۲a = ۰$ ③

$a(a-۲) = ۰ \longrightarrow \underbrace{a = ۰}_{\text{غ ق ق}} , a = ۲$

④

الف) $f \circ f^{-1} \longrightarrow f(f^{-1}(x)) = \{(۵,۵),(۷,۷),(۲,۲),(۶,۶)\}$

ب) $f^{-1} \circ f \rightarrow f^{-1}(f(x)) = \{(۳,۳),(۴,۴),(۷,۷),(۹,۹)\}$

ج) $f(g^{-1}(x)) \rightarrow \{(۲,۵),(۵,۶)\}$

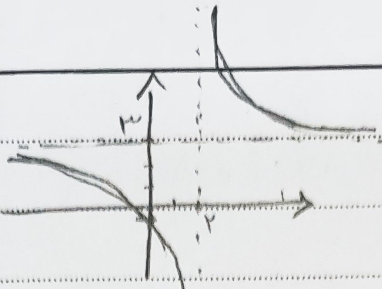
د) $g^{-1} \circ f \rightarrow g^{-1}(f(x)) = \{(۳,۹),(۷,۳),(۹,۸)\}$

$f \circ g^{-1} = f(g^{-1}(x)) = \{(۱,۴),(۳,۸),(۵,۰)\}$ ⑤

$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(۱,\frac{۱}{۲}),(۳,\frac{۱}{۲})\}$

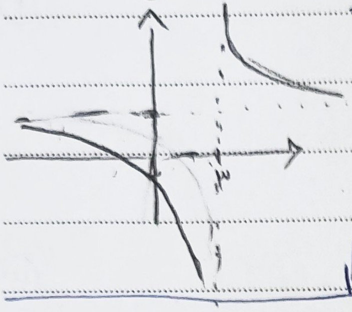
⑥

$y = \frac{۳x+۱}{x-۲} \xrightarrow{\text{هموگرافیک}}$



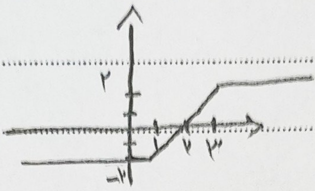
وارون پذیر است

$x = \frac{۳y+۱}{y-۲} \Rightarrow xy - ۲x = ۳y+۱ \Rightarrow y(x-۳) = ۱+۲x \Rightarrow y^{-۱} = \frac{۲x+۱}{x-۳}$



⑦

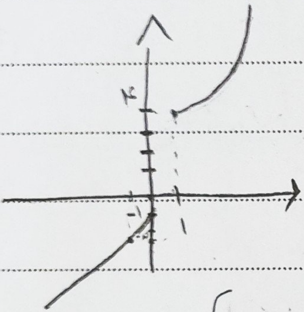
$f(x) = |x-۱| - |x-۳| \longrightarrow$ آکاری



$\Rightarrow [a,b] = [۱,۳]$

$۱ \le x \le ۳ : ۲x-۴ \Rightarrow y = ۲x-۴ \xRightarrow{\text{وارون}} x = ۲y-۴$

$\Rightarrow y^{-۱} = \frac{x+۴}{۲}$



⑧

$x \ge ۱ \longrightarrow y = x^۳+۴ \longrightarrow y \ge ۵$

$\Rightarrow$ وارون پذیر $\Rightarrow x = y^۳+۴ \Rightarrow y^{-۱} = \sqrt[۳]{x-۴}$

$x \ge ۵$

$x \le ۰ \longrightarrow y = ۴x-۱ \longrightarrow y \le -۱ \Rightarrow y^{-۱} = \frac{x+۱}{۴}$

$x \le -۱$

$$\Rightarrow y^{-۱} \begin{cases} x \ge ۵ : \sqrt[۳]{x-۴} \\ x \le -۱ : \frac{x+۱}{۴} \end{cases}$$

⑨

$y = \frac{x^۲(x+۳) - (x+۱)^۳}{x+۳} = \frac{\cancel{x^۳} + \cancel{۳x^۲} - \cancel{x^۳} - ۱ - \cancel{۳x^۲} - ۳x}{x+۳}$

$\Rightarrow y = \frac{-۳x-۱}{x+۳} \xRightarrow{\text{وارون}} x = \frac{-۳y-۱}{y+۳} \Rightarrow yx+۳x = -۳y-۱ \Rightarrow$

$y^{-۱} = \frac{-۳x-۱}{x+۳} \Rightarrow a = -۶ ,\ b = -۲ ,\ d = ۶ ,\ f(-۲)^{-۱} = \frac{۶-۱}{+۱} \boxed{=+۵}$

$$x = \frac{y}{y^{۲}+1} \Rightarrow xy^{۲} + x = y \Rightarrow xy^{۲} - y + x = 0$$ ⑮

$$\Rightarrow y^{-1} = \frac{1 \pm \sqrt{1-۴x^{۲}}}{۲x} \xrightarrow[\text{سم معکوس}]{x \neq 0} y^{-1} = \frac{۲x}{1+\sqrt{1-۴x^{۲}}} \text{ ، } x \in \left[-\frac{1}{۲} \text{ ، } \frac{1}{۲}\right]$$