نام و نام خانوادگی ...ویان محمد رضایی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس ...یازدهم ریاضی A...

۱	$f(x)\begin{cases} x^۳-۴ & x>a \\ ۱۲x-۲۰ & x\leqslant a \end{cases}$ دو $x^۳-۴$ و $۱۲x-۲۰$ یک به یک هستند پس برای یک به یک بودن $f(x)$ ← نباید برد آنها اشتراکی داشته باشد $x^۳-۴ \geqslant ۱۲x-۲۰ \rightarrow x^۳-۱۲x+۱۶ \geqslant ۰ \rightarrow x^۳-۸x-۴x+۱۶\geqslant ۰$ $x\underbrace{(x^۲-۴)}_{(x-۲)(x+۲)}-۸(x-۲)\geqslant ۰$ $\quad (x-۲)\underbrace{(x(x+۲)-۸)}_{x^۲+۲x-۸ \rightarrow x=-۴,۲}\geqslant ۰$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -۴ & & ۲ & \\ - & \vert & + & \vert & + \end{array} \rightarrow a=-۴$
۲	$f^{-1}(۲)=۴ \longrightarrow f(۴)=۲ \longrightarrow ۳(۴)+k=۲ \longrightarrow k=-۱۰ \rightarrow f(x)=۳x-۱۰$ الف) $f(۷)=۳(۷)-۱۰=۱۱$ ب) $f(f(x))=۳(۳x-۱۰)-۱۰=۹x-۴۰$
۳	$A(۲a,a) \rightarrow$ روی $f^{-1}(x) \longrightarrow (a,۲a) \longrightarrow$ روی $f(x)$ $(a,۲a) \longrightarrow f(a)=\dfrac{a^۲}{a-۱}=۲a \longrightarrow a^۲=۲a^۲-۲a \rightarrow a^۲-۲a=۰ \nearrow a=۰ \times \quad \searrow a=۲ \checkmark$ $a=۰ \longrightarrow f(x)=۰ \longrightarrow$ یک به یک نیست $\times$
۴	$f^{-1}=\{(۵,۳)(۷,۴)(۲,۷)(۶,۹)\}$ $\quad g^{-1}=\{(۲,۳)(۶,۸)(۵,۹)\}$ الف) $f(f^{-1}(x))=\{(۵,۵)(۷,۷)(۲,۲)(۶,۶)\}$ $\quad ۵\rightarrow ۳\rightarrow ۵ \quad ۲\rightarrow ۷\rightarrow ۲ \quad ۷\rightarrow ۴\rightarrow ۷ \quad ۶\rightarrow ۹\rightarrow ۶$ ب) $f^{-1}(f(x))=\{(۳,۳)(۴,۴)(۷,۷)(۹,۹)\}$ $\quad ۳\rightarrow ۵\rightarrow ۳ \quad ۷\rightarrow ۲\rightarrow ۷ \quad ۴\rightarrow ۷\rightarrow ۴ \quad ۹\rightarrow ۶\rightarrow ۹$ ج) $f(g^{-1}(x))=\{(۲,۵)(۵,۶)\}$ $\quad ۲\rightarrow ۳\rightarrow ۵ \quad ۶\rightarrow ۸\rightarrow \times \quad ۵\rightarrow ۹\rightarrow ۶$ د) $g^{-1}(f(x))=\{(۳,۹)(۷,۳)(۹,۸)\}$ $\quad ۳\rightarrow ۵\rightarrow ۹ \quad ۴\rightarrow ۷\rightarrow \times \quad ۷\rightarrow ۲\rightarrow ۳ \quad ۹\rightarrow ۶\rightarrow ۸$
۵	$g^{-1}=\{(۱,۲)(۳,۴)(۵,۶)\}$ $\quad f=\{(۲,۴)(۴,۸)(۶,۰)\}$ $\quad h=\{(۱,۲)(۳,۴)(۴,۱)(۵,۱)\}$ $f(g^{-1}(x))=\{(۱,۴)(۳,۸)(۵,۰)\} \longrightarrow D_{fog^{-1}}\cap D_h=\{۱,۳,۵\}$ $\dfrac{h}{fog^{-1}}=\{(۱,\underbrace{\tfrac{۱}{۲}}_{\frac{۲}{۴}})(۳,\underbrace{\tfrac{۱}{۲}}_{\frac{۴}{۸}})(۵,\cancel{\tfrac{۱}{۰}})\}=\{(۱,\tfrac{۱}{۲}),(۳,\tfrac{۱}{۲})\}$

فرناز محمدرضایی

۶

$y=\frac{3x+1}{x-2}$

مجانب افقی $=\frac{a}{c}=3$

ریشه مخرج $=2$ " قائم

$x=\frac{3y+1}{y-2}\rightarrow 3y+1=xy-2x\rightarrow 3y-xy=-2x-1$

$y(3-x)=-(2x+1)\rightarrow y=\frac{-(2x+1)}{3-x}$

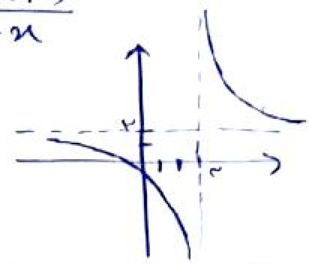
مجانب افقی $=\frac{a}{c}=2$

" عمود $=3$

هر خط موازی محورها را در یک نقطه قطع کند $\rightarrow$ یک به یک

$\Downarrow$

معکوس پذیر



۷

$f(x)\begin{cases}\frac{x-1-x+3}{2} & x\geq 3\\ \frac{x-1+x-3}{2x-4} & 1\leq x\leq 3\\ \frac{-x+1+x-3}{-2} & x\leq 1\end{cases}$

$x\geq 3$ $\rightarrow$ تابع ثابت $\rightarrow$ وارون پذیر ✗

$1\leq x\leq 3$ $\longrightarrow$ وارون پذیر ✓ $\rightarrow [a,b]=[1,3]$

$x\leq 1$ $\longrightarrow$ تابع ثابت $\rightarrow$ وارون پذیر ✗

$f^{-1}(x)=\frac{x+4}{2}\quad -2\leq x\leq 2$

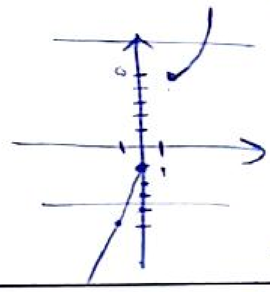
$y=2x-4$ $\rightarrow$ وارون: $x=2y-4\rightarrow y=\frac{x+4}{2}\longrightarrow D=[-2,2]$, $R=[1,3]$

$D=[1,3]$

$R=[-2,2]$

۸

$f(x)\begin{cases}x^3+4 & x\geq 1\rightarrow R=[5,+\infty)\\ 4x-1 & x\leq 0\rightarrow R=(-\infty,-1]\end{cases}$



هر خط موازی محور xها را در یک نقطه قطع می کند $\rightarrow$ وارون پذیر ✓

$y^3+4=x\rightarrow y=\sqrt[3]{x-4}$

$D=[5,+\infty)\quad R=[1,+\infty)$

$4y-1=x\rightarrow y=\frac{x+1}{4}$

$D=(-\infty,-1]\quad R=(-\infty,0]$

$f^{-1}(x)\begin{cases}\sqrt[3]{x-4} & x\geq 5\\ \frac{x+1}{4} & x\leq -1\end{cases}$

۹

$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3}=\frac{\cancel{x^3}+3x^2-\cancel{x^3}-\cancel{3x^2}-3x-1}{x+3}\Rightarrow f(x)=\frac{-3x-1}{x+3}$

$f^{-1}(x)\rightarrow x=\frac{-3y-1}{y+3}\longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{-1-3x}{1x+3}=\frac{-2-6x}{2x+6}=\frac{ax+b}{2x+d}\quad\begin{cases}a=-6\\ b=-2\\ c=6\end{cases}$

$x=\frac{-3y-1}{y+3}\longrightarrow -3y-1=xy+3x$

$3y+xy=-1-3x\rightarrow y=\frac{-1-3x}{x+3}$

$y(3+x)$

$f^{-1}(b)=f^{-1}(-2)=\frac{-1+6}{-2+3}=5$

۱۰

$f(x)=\frac{x}{x^2+1}\longrightarrow f^{-1}(x)\Rightarrow x=\frac{y}{y^2+1}\rightarrow xy^2+x=y$

$\rightarrow xy^2-y+x=0\longrightarrow y=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$

$f^{-1}(x)=\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x}$?

$f(2)=\frac{2}{5}\longrightarrow f^{-1}(\frac{2}{5})=2$

$x=\frac{2}{5}$, $\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x}=\frac{1+\sqrt{1-\frac{16}{25}}}{\frac{4}{5}}=\frac{\frac{8}{5}}{\frac{4}{5}}=2$ ✓

$\frac{1-\sqrt{1-\frac{16}{25}}}{\frac{4}{5}}=\frac{1}{2}\neq 2$ ✗