19,25

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس ..... دهم ..... A .....

۱

$f(x)=\begin{cases} x^3-6 & x>a \\ 12x-20 & x\le a \end{cases}$ ← x^3-6 و $12x-20$ یک به یک هستند پس برای یک به یک بودن $f(x)$ نباید برد آنها اشتراکی داشته باشد

$x^3-6 \ge 12x-20 \rightarrow x^3-12x+14\ge 0 \rightarrow x^3-8x-4x+14\ge 0$

$x(x^2-4)-8(x-2)\ge 0 \rightarrow (x-2)(x(x+2)-8)\ge 0$

$x^2+2x-8 \rightarrow x=-4,2$

	-4		2	
	$-$	0	$+$	0 $+$

$\rightarrow a=-4$ $\quad a\in[-4,+\infty)$

۱٫۵

۲

$f^{-1}(2)=4 \rightarrow f(4)=2 \rightarrow 3(4)+k=2 \rightarrow k=-10 \rightarrow f(x)=3x-10$

الف) $f(7)=3(7)-10=11$

ب) $f(f(x))=3(3x-10)-10=9x-40$

۲

۳

$A(2a,a) \rightarrow f^{-1}(x)$ روی $\rightarrow (a,2a) \rightarrow f(x)$ روی

$(a,2a) \rightarrow f(a)=\frac{a^2}{a-1}=2a \rightarrow a^2=2a^2-2a \rightarrow a^2-2a=0 \rightarrow a=0$ (رد) $\quad a=2$

$a=0 \rightarrow f(x)=0 \rightarrow$ یک به یک نیست ✗

۳

۴

$f^{-1}=\{(5,3)(7,6)(2,7)(4,9)\}$ $\quad g^{-1}=\{(2,3)(4,8)(5,9)\}$

الف) $f^{-1}(x)=\{(5,5)(7,7)(2,2)(4,4)\}$

ب) $f^{-1}(f(x))=\{(3,3)(6,6)(7,7)(9,9)\}$

ج) $f(g^{-1}(x))=\{(2,5)(5,4)\}$

د) $g^{-1}(f(x))=\{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

$5\to3\to5$ $\quad 2\to7\to2$

$7\to6\to7$ $\quad 4\to9\to4$

$3\to5\to9$ $\quad 6\to4\to9$

$5\to9\to4$ $\quad 9\to4\to8$

$3\to7\to3$ $\quad 6\to8\to6$

$7\to2\to3$ $\quad 4\to7\to8$

۴

۵

$g^{-1}=\{(1,2)(3,6)(5,4)\}$ $\quad f=\{(2,6)(6,8)(4,5)\}$ $\quad h=\{(1,5)(6,1)(3,6)(2,4)\}$

$f(g^{-1}(x))=\{(1,6)(3,8)(5,5)\} \rightarrow D_{fog^{-1}}\cap D_h=\{1,3,5\}$

$\frac{h}{fog^{-1}}=\{(1,\frac{1}{2})(3,\frac{1}{2})(5,\frac{8}{0})\}=\{(1,\frac{1}{2})(3,\frac{1}{2})\}$

$\frac{2}{4}$ $\quad \frac{4}{8}$

۵

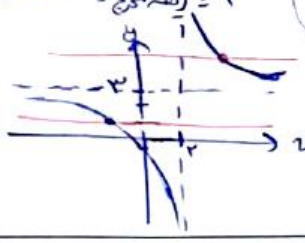
فرناز محمدرضایی

۶ (۱۳)

$y = \frac{۳x+۱}{x-۲}$

مجانب افقی $= \frac{a}{c} = ۳$

ریشه صورت $= ۲$ ، قائم $= ۲$



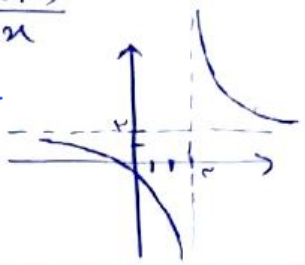
$x = \frac{۳y+۱}{y-۲} \rightarrow ۳y+۱ = xy-۲x \rightarrow ۳y-xy = -۲x-۱$

$y(۳-x) = -(۲x+۱) \rightarrow y = \frac{-(۲x+۱)}{۳-x}$

مجانب افقی $= \frac{a}{c} = ۲$

عمود $= ۳$

$f^{-1}(x) = \frac{۲x+۱}{x-۳}$



یک‌به‌یک ← هرخط موازی محورها را در یک نقطه قطع می‌کند

معکوس پذیر

۷ (۲)

$$f(x) \begin{cases} \frac{x-۱-x+۳}{۲} & x \geq ۳ \rightarrow \text{تابع ثابت} \rightarrow \text{وارون‌پذیر} \times \\ \frac{x-۱+x-۳}{۲x-۴} & ۱ \leq x \leq ۳ \rightarrow \text{وارون‌پذیر} \checkmark \rightarrow [a,b] = [۱,۳] \\ \frac{-x+۱+x-۳}{-۲} & x \leq ۱ \rightarrow \text{تابع ثابت} \rightarrow \text{وارون‌پذیر} \times \end{cases}$$

$y = ۲x-۴ \rightarrow$ وارون : $x = ۲y-۴ \rightarrow y = \frac{x+۴}{۲} \rightarrow D = [-۲,۲]$

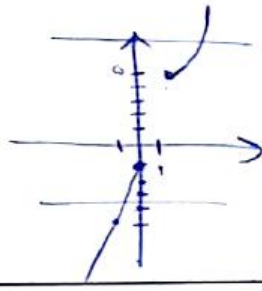
$D = [۱,۳]$

$R = [-۲,۲]$ $\qquad R = [۱,۳]$

$f^{-1}(x) = \frac{x+۴}{۲} \quad -۲ \leq x \leq ۲$

۸ (۳)

$$f(x) \begin{cases} x^۳+۶ & x \geq ۱ \rightarrow R = [۷,+\infty) \\ ۶x-۱ & x \leq ۰ \rightarrow R = (-\infty,-۱] \end{cases}$$



هرخط موازی محور xها در یک نقطه قطع می‌کند ← وارون‌پذیر ✓

$y^۳+۶ = x \rightarrow y = \sqrt[۳]{x-۶}$

$D = [۷,+\infty) \quad R = [۱,+\infty)$

$۶y-۱ = x \rightarrow y = \frac{x+۱}{۶}$

$D = (-\infty,-۱] \quad R = (-\infty,۰]$

$$f^{-1}(x) \begin{cases} \sqrt[۳]{x-۶} & x \geq ۷ \\ \frac{x+۱}{۶} & x \leq -۱ \end{cases}$$

۹ (۴)

$f(x) = x^۲ - \frac{(x+۱)^۳}{x+۳} = \frac{x^۳+۳x^۲-x^۳-۳x^۲-۳x-۱}{x+۳} \Rightarrow f(x) = \frac{-۳x-۱}{x+۳}$

$f^{-1}(x) \rightarrow x = \frac{-۳y-۱}{y+۳} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-۱-۳x}{۱x+۳} = \frac{ax+b}{۲x+d}$

$\frac{-۲-۶x}{۲x+۶}$

$\begin{cases} a = -۶ \\ b = -۲ \\ c = ۶ \end{cases}$

$x = \frac{-۳y-۱}{y+۲} \rightarrow -۳y-۱ = xy+۳x$

$۳y+xy = -۱-۳x \rightarrow y = \frac{-۱-۳x}{x+۲}$

$۳(۳+x)$

$f^{-1}(b) = f^{-1}(-۲) = \frac{-۱+۶}{-۲+۳} = ۵$

۱۰ (۵)

$f(x) = \frac{x}{x^۲+۱} \rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow x = \frac{y}{y^۲+۱} \rightarrow xy^۲+x = y$

$\rightarrow xy^۲-y+x = ۰ \rightarrow y = \frac{۱ \pm \sqrt{۱-۶x^۲}}{۲x}$

$f^{-1}(x) = \frac{۱+\sqrt{۱-۶x^۲}}{۲x}$

$f(۲) = \frac{۲}{۵} \rightarrow f^{-1}(\frac{۲}{۵}) = ۲$

$x = \frac{۲}{۵} \quad \frac{۱+\sqrt{۱-۶x^۲}}{۲x} = \frac{۱+\sqrt{۱-\frac{۱۶}{۲۵}}}{\frac{۴}{۵}} = \frac{\frac{۸}{۵}}{\frac{۴}{۵}} = ۲ \checkmark$

$\frac{۱-\sqrt{۱-\frac{۱۶}{۲۵}}}{\frac{۴}{۵}} = \frac{۱}{۲} \neq ۲ \times$