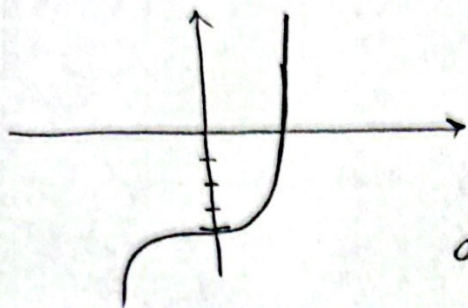


برای a را از روی این تابع که تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & x > a \\ 12x - 2 & x \leq a \end{cases}$ به یک تابع یک به یک تبدیل شود



$$a^3 - 4 > 12a - 2 \rightarrow a^3 - 12a + 14 > 0$$

$$(a-2)(a^2+2a-7)$$

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{4+28}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{cases} 2 \\ -4 \end{cases}$$

از $f^{-1}(2) = 4$ و $f(x) = 3x + k$ داریم $f(4) = 2$

الف) $f(4) = 3(4) + k = 2 \Rightarrow k = -10$

ب) $f(f(x)) = f(3x-10) = 3(3x-10) + k = 9x-30-10 = 9x-40$

در نقاط (a, a) و $(a, 2a)$ از روی تابع $f(x) = \frac{ax}{x-1}$ باشد مقدار a را بیابید

الف) $f(a) = \frac{a^2}{a-1} = 2a \Rightarrow a^2 = 2a^2 - 2a \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \Rightarrow a(a-2) = 0 \Rightarrow a = 0$ یا $a = 2$

ب) $f(a) = \frac{a^2}{a-1} = 2a \Rightarrow a^2 = 2a^2 - 2a \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \Rightarrow a(a-2) = 0 \Rightarrow a = 0$ یا $a = 2$

الف) $f \circ f^{-1} = f(f^{-1}(x)) \Rightarrow \{(5, 5), (7, 7), (2, 2), (4, 4)\}$

ب) $f^{-1} \circ f = f^{-1}(f(x)) \Rightarrow \{(3, 3), (4, 4), (7, 7), (9, 9)\}$

ج) $f \circ g^{-1} = f(g^{-1}(x)) \Rightarrow \{(2, 5), (5, 4)\}$

د) $g^{-1} \circ f = g^{-1}(f(x)) \Rightarrow \{(3, 4), (7, 3), (9, 1)\}$

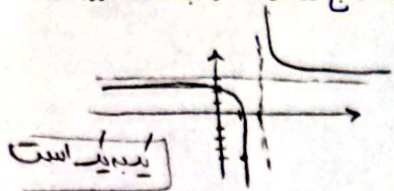
الف) $h = \{(1, 2), (3, 4), (4, 1), (5, 1)\}$ و $g = \{(2, 3), (4, 3), (5, 3)\}$ و $f = \{(2, 4), (4, 1), (5, 0)\}$

الف) $f \circ g^{-1} = f(g^{-1}(x))$

ب) $\{(1, 4), (3, 1), (5, 0)\}$

ج) $\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{4}), (5, \frac{1}{4})\} \Rightarrow \{(1, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{4})\}$

تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به کمک روشی آسان و ساده معکوس این تابع را بدست آورده و



$(1) = \text{مستقیم}$
 $(2) = \text{منعکس}$
 $x=1 \rightarrow \frac{x}{-1} = (-x)$

معکوس این تابع



$$y(x-1) = x+1 \rightarrow yx - x = x+1 \rightarrow x(y-1) = x+1$$

$$x = \frac{x+1}{y-1} \rightarrow y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x)$$

$(1) = \text{مستقیم}$
 $(2) = \text{منعکس}$

تابع $f(x) = |x-1| - |x-3|$ را برای $[a, b]$ در نظر بگیرید. این تابع را به کمک روشی آسان و ساده معکوس این تابع را بدست آورده و

1	3
$1-x-3+x$	$x-1-x+3$
(-2)	(2)

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -2 & x < 1 \\ x-2 & 1 \leq x < 3 \\ 2 & x \geq 3 \end{cases}$$

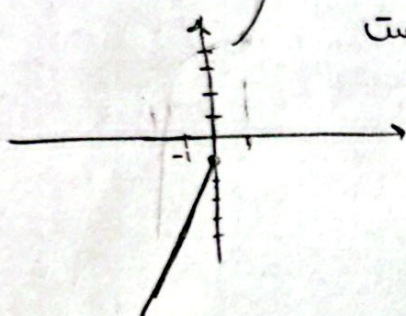
$x < 1 \rightarrow$ ثابت
 $1 \leq x < 3 \rightarrow \sqrt{30} \rightarrow a, b$
 $x \geq 3 \rightarrow$ ثابت
 $[1, 3]$

$$f(x) = x-2 \rightarrow y = x-2 \rightarrow x = \frac{y+2}{1}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y+2}{1} \quad y \in [-2, 2]$$

$f(1) = 1-2 = (-1)$
 $f(3) = 3-2 = (1)$

تابع $f(x) = \begin{cases} x^2+4 & x \geq 1 \\ x-1 & x < 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به کمک روشی آسان و ساده معکوس این تابع را بدست آورده و



تابع $f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به کمک روشی آسان و ساده معکوس این تابع را بدست آورده و

$$x = \frac{ay+b}{cy+d} \Rightarrow y = \frac{-xd+b}{x-a} = \frac{x^3+3x^2-(x+1)^3}{x+3}$$

$$x^3+3x^2-x^3-1-(3x(x+1)) \quad x^2-1-x^2-x=-x-1$$

$$\frac{b-ad}{x-a} = \frac{-x-1}{x+3} = \frac{-4x-2}{x+4} \rightarrow a=-4 \quad d=4$$

$$f^{-1}(-1) = \frac{(-4 \times -1) - 2}{-4+4} = \frac{1}{0}$$

تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به کمک روشی آسان و ساده معکوس این تابع را بدست آورده و

$$x = \frac{y}{y^2+1} \Rightarrow x(y^2+1) = y \rightarrow xy^2+x=y \rightarrow xy^2-y+x=0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4x(x) \rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x}$$