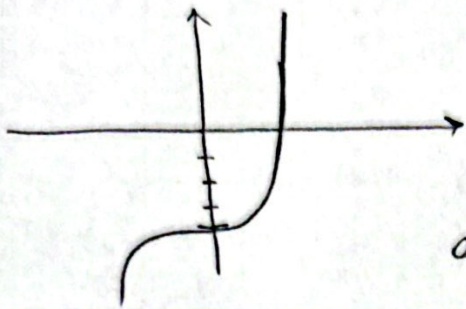


۱۱

برای a را از روی این تابع که تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & x > a \\ 12x - 2 & x < a \end{cases}$ به یک تابع یک به یک تبدیل شود



$$a^3 - 4 > 12a - 2 \rightarrow a^3 - 12a + 14 > 0$$

$$(2) (a-2)(a^2+2a-7)$$

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{4+28}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} \rightarrow (2) \rightarrow (-4)$$

$$\frac{-f}{-f+1} \rightarrow a \in [-4, +\infty)$$

اگر $f(x) = x^3 + k$ و $f^{-1}(2) = 4$ باشد، آنگاه مقدار $f(10)$ را بیابید.

الف) $f(10) = 10^3 - 10 = 11$

ب) $f(f(x)) = f(10x - 10) = 10^3(10x - 10) - 10 = 9x - 10 \Rightarrow 9x - 10 = 10 \Rightarrow 9x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{9}$

اگر نقاط $A(a, a)$ و $B(a, 2a)$ روی تابع $f(x) = \frac{ax}{x-1}$ باشند، مقدار a را بیابید.

$$f(a) = \frac{a^2}{a-1} = 2a \Rightarrow a^2 = 2a^2 - 2a \Rightarrow 2a^2 - a^2 - 2a = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a = 0$$

$$a(a-2) = 0 \rightarrow (2)$$

$$f(x) = 0 \leftarrow a = 0 \leftarrow \text{تابع ثابت} \leftarrow \text{واحد ندارد}$$

$$\checkmark \leftarrow a = 2$$

اگر تابع $f = \{(3, 5), (4, 7), (5, 9), (6, 11)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)\}$ باشد، آنگاه $f \circ g^{-1}$ را بیابید.

الف) $f \circ f^{-1} = f(f^{-1}(x)) \Rightarrow \{(5, 5), (7, 7), (9, 9), (11, 11)\}$

ب) $f^{-1} \circ f = f^{-1}(f(x)) \Rightarrow \{(3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

ج) $f \circ g^{-1} = f(g^{-1}(x)) \Rightarrow \{(2, 5), (5, 7)\}$

د) $g^{-1} \circ f = g^{-1}(f(x)) \Rightarrow \{(3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$

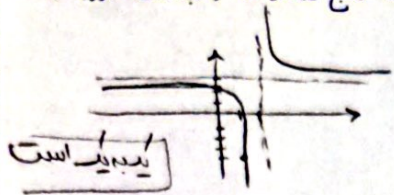
اگر $h = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5)\}$ و $f = \{(2, 4), (4, 6), (6, 8)\}$ باشد، آنگاه $h \circ f^{-1}$ را بیابید.

$$h \circ f^{-1} = h(f^{-1}(x))$$

$$\rightarrow \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{3}), (3, \frac{1}{4})\} \Rightarrow \{(1, \frac{1}{2}), (2, \frac{1}{3})\}$$

تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به کمک روشی آسان و ساده پیدا کنید. معکوس این تابع را به دست آورید.



$(1) = \text{مستقیم}$ $x=1 \rightarrow \frac{x}{1} = (-1)$
 $(2) = \text{مستقیم}$

معکوس تابع



$$yx - 1y = x + 1 \rightarrow yx - 1x = x + 1 \rightarrow x(y-1) = x+1$$

$$x = \frac{x+1}{y-1} \rightarrow y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x)$$

$(1) = \text{مستقیم}$
 $(2) = \text{مستقیم}$

تابع $f(x) = |x-1| - |x-3|$ را در بازه $[a, b]$ در نظر بگیرید. این تابع را به دست آورید. معکوس این تابع را به دست آورید.

1	3
$1-x-3+x$	$x-1-x+3$
(-2)	(2)

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -2 & x < 1 \\ x-2 & 1 \leq x < 3 \\ 2 & x \geq 3 \end{cases}$$

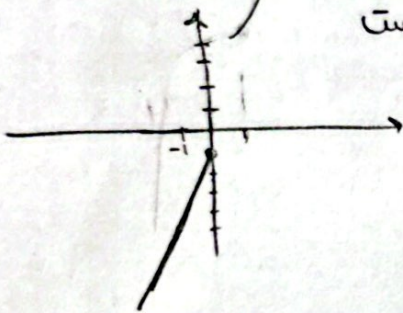
معکوس این تابع را به دست آورید. $x < 1 \rightarrow$ ثابت $\rightarrow a, b$
 $1 \leq x < 3 \rightarrow \sqrt{x-2} \rightarrow [1, 3]$
 $x \geq 3 \rightarrow$ ثابت

$$f(x) = x-2 \rightarrow y = x-2 \rightarrow x = \frac{y+2}{1}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y+2}{1} \quad y \in [-2, 2]$$

$f(1) = 1-2 = (-1)$ $f(3) = 3-2 = (1)$

تابع $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & x \geq 1 \\ x-1 & x < 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به دست آورید.



$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 2 \\ \frac{x+1}{1} & x < 2 \end{cases}$$

تابع $f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به دست آورید.

$$x = \frac{ay+b}{cy+d} \Rightarrow y = \frac{-xd+b}{x-a} = \frac{x^3+3x^2-(x+1)^3}{x+3}$$

$$x^3+3x^2-x^3-1-(3x(x+1)) \quad x^2-1-3x^2-3x=-3x-1$$

$$\frac{b-3d}{x-a} = \frac{-3x-1}{x+3} \Rightarrow a=-4 \quad d=4 \quad b=-2$$

$$f^{-1}(-2) = \frac{(-4 \times -2)-2}{-4+4} = \frac{10}{0}$$

$$x = \frac{y}{y^2+1} \Rightarrow x(y^2+1) = y \rightarrow xy^2+x=y \rightarrow xy^2-y+x=0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4x(x) \rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x}$$

تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ را در نظر بگیرید. معکوس این تابع را به دست آورید.