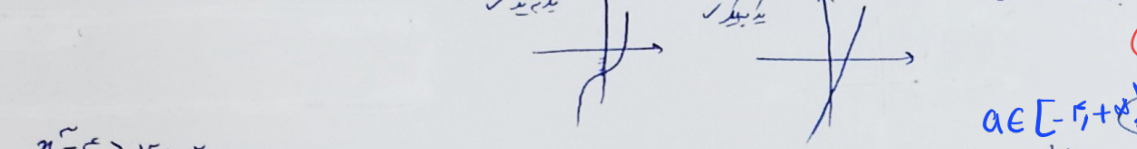


نام و نام خانوادگی پرمتیا جانی ۱۹/۷۵ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۱۰۰ کلاس یازدهم دبیرستان نام و نام خانوادگی

برای یک به یک بودن باید هر ضابطه به طور جداگانه یک به یک باشد و اشتراک پیدا کند
بررسی شرط اول: $y \leq 13x - 2$ و $y \leq x^2 - 4$
بررسی شرط دوم: $x^2 - 4 \geq 13x - 2$



$$x^2 - 4 \geq 13x - 2 \Rightarrow x^2 - 13x + 2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 13x + 4 \geq 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 12) \geq 0$$

بررسی شرط دوم: $x^2 - 4 \geq 13x - 2$

الف) $f(v) = f(v) - 1 = 0$ (۱۱)

$f^{-1}(2) = 4 \Rightarrow f(4) = 2 \Rightarrow f(4) = 2 \Rightarrow f(4) = 2$

ب) $f(f(x)) = f(x - 1) - 1 = 9x - 10 = 9x - 10$

چون تابع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ برعکس است، پس باید یک به یک باشد.

$f^{-1}(2a) = a \Rightarrow f(a) = 2a \Rightarrow 2a^2 - 2a = a^2 \Rightarrow a^2 - 2a = 0 \Rightarrow a(a - 2) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ or } a = 2$

الف) $f \circ f^{-1}: \{(5, 5), (7, 7), (9, 9), (11, 11)\}$

ب) $f^{-1} \circ f: \{(5, 5), (7, 7), (9, 9), (11, 11)\}$

ج) $f \circ f^{-1}: \{(5, 5), (7, 7)\}$

د) $f^{-1} \circ f: \{(5, 5), (7, 7), (9, 9), (11, 11)\}$

$h_{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{4})\}$

$g^{-1} = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$

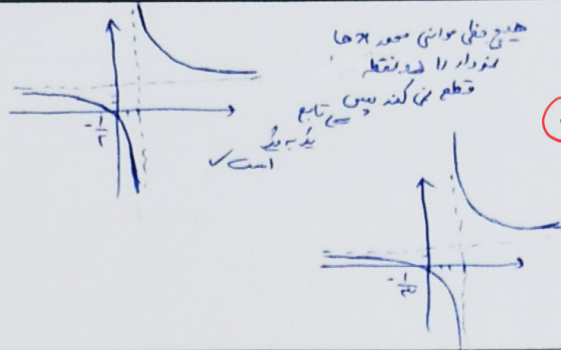
$f \circ g^{-1} = \{(1, 4), (3, 8), (5, 12)\}$

$D_h \cap D_{f \circ g^{-1}} = \{1, 3, 5\}$

درستی معجزه

$$y \leq \frac{x+1}{x-2} \quad \begin{cases} \text{مجاورت نام} & x < 2 \\ \text{مجاورت نام} & x > 2 \end{cases}$$

$$x < 0 \rightarrow y \leq -\frac{1}{2}$$



۵

۶

$$f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x+1}{y-2} \leq x \rightarrow y \leq -\frac{(x+1)}{(x-2)} = \frac{x+1}{x-2}$$

$$f^{-1}(x) \leq \frac{x+1}{x-2} \quad \begin{cases} \text{مجاورت نام} & x < 2 \\ \text{مجاورت نام} & x > 2 \end{cases}$$

$$x < 0 \rightarrow y \leq -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = |x-1| - |x-2|$$

$x-1 > x-2$	$x-1 < x-2$
$x-1 > x-2$	$x-1 < x-2$
$x-1 > x-2$	$x-1 < x-2$

$$y \leq x-2 \rightarrow D_{y \leq} [2, \infty)$$

$$a < 1, b < 2$$

$$x < 1 \rightarrow y \leq -2$$

$$x > 2 \rightarrow y \leq 2$$

$$R_y = [-2, 2]$$

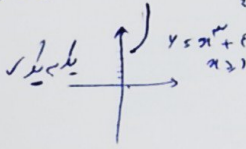
۵

۷

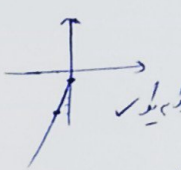
$$f(x) = \begin{cases} x+2 & x \geq 1 \\ x-1 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$x \geq 1 \rightarrow y \geq 3$$

$$x \leq 0 \rightarrow y \leq -1$$



شرط ۱) هر ضابطه دایره‌ای مدول نظر تابع یک به یک باشد



۵

۸

$$R_{y_1} = [0, +\infty)$$

$$R_y = (-\infty, -1] \Rightarrow R_{y_1} \cap R_y = \emptyset$$

شرط ۲) اشتراک برد دو ضابطه تهی باشد

آرامی سوال پایین منضم

$$f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^2}{x+2} = \frac{x^2(x+2) - (x+1)^2}{x+2} = \frac{x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x - 1}{x+2} = \frac{x^3 + x^2 - 2x - 1}{x+2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x-1}{x+2} = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ c = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$y \leq \frac{-x-1}{x+2}$$

$$-\frac{xy-1}{y+2} \leq x$$

$$f^{-1}(-2) = \frac{-(-2)-1}{-2+2} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$y \leq \frac{-x-1}{x+2} \Leftrightarrow y \leq \frac{(x+1)}{x+2}$$

۵

۹

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

$$y \leq \frac{x}{x^2+1} \rightarrow x \leq \frac{y}{y^2+1} \rightarrow xy^2 + x \leq y \rightarrow xy^2 - y + x \leq 0 \rightarrow y \leq \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x}$$

چون x و y هم علامت هستند فقط علامت مثبت قابل قبول است.

۵

۱۰

$$y \leq x+2 \rightarrow x \leq y+2 \rightarrow y \leq x-2 \rightarrow y \leq \sqrt{x-2} \quad D_{y_1} \leq R_{y_1} = [0, +\infty)$$

$$y \leq x-1 \rightarrow x \leq y-1 \rightarrow y \leq x+1 \rightarrow y \leq \frac{x+1}{x} \quad D_{y_2} \leq R_{y_2} = (-\infty, -1]$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} & x \geq 0 \\ \frac{x+1}{x} & x \leq -1 \end{cases}$$

آرامی سوال ۸