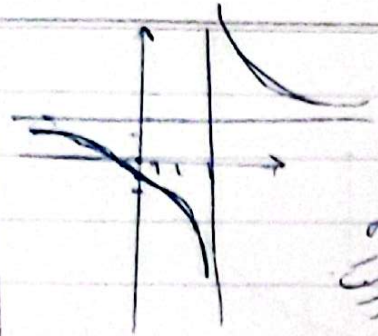
(۶) ۱٫۵



قائم = ۳

افقی = ۲

نقطه تلاقی $\Rightarrow x=0 \longrightarrow y=-\frac{1}{3}$

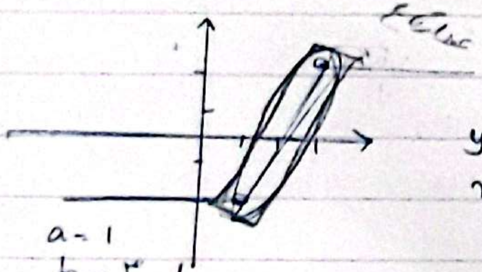
$y=\frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow x=\frac{3y+1}{y-2} \to xy-2x=3y+1$

$3y-xy=-2x-1$

$y=\frac{-2x-1}{3-x} \longleftarrow y(3-x)=-2x-1$

$f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-3}$

(۷) ۲



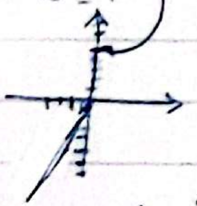
$y=2x-4$

$x=2y-4 \xrightarrow{\text{معکوس}} y=\frac{x+4}{2}$

$a=1$

$b=2$

(۸) ۱٫۵



$x^3+4=y \longrightarrow y^3+4=x$

$y=\sqrt[3]{x-4}$

$y=\frac{x+1}{4} \longleftarrow y=4x-1 \longrightarrow x=4y-1$

(۹) ۲

$d=4$

$a=-4$

$b=-2 \longleftarrow f^{-1}(b) \Rightarrow b^{-2}=\frac{3x+1}{-x-3} \Rightarrow 2x+4=3x+1$

$\boxed{x=5}$

$f(x)=\frac{x^3+3x^2-x^3-1-2x-3x^2}{x+3} \longrightarrow f(x)=\frac{2x+1}{-x-3}$ $(=g)$

$-xy-3x=3y+1$

$-3x-1 \Rightarrow y(x+3) \longrightarrow \left(y=\frac{-1-3x}{x+3}\right) = y=\frac{-2x}{4+2x}$

(۱۰) ۱٫۵

$y=\frac{x}{x^2+1} \longrightarrow x=\frac{y}{y^2+1}$

$y^2x+x=y \longrightarrow y^2x-y+x=0$

$\Delta=1-4(x)(x)$

$y=\frac{1\cancel{\pm}\sqrt{1-4x^2}}{2x}$

$\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$

$1-4x^2\geq 0$

$-4x^2\geq -1$

$4x^2\leq 1$

$-\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{1}{2} \longleftarrow x^2\leq \frac{1}{4}$

امتحان ماهانه . ۱۴٫۵

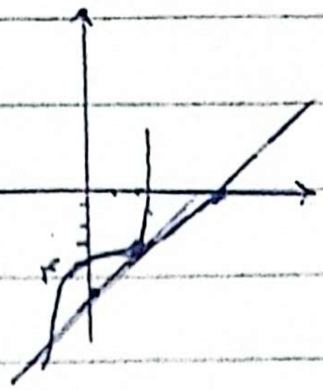
۱) ۰

$f(x)\begin{cases} x^{۳}-۴ & x>a \longrightarrow x=۲ \quad y=۴ \\ ۱۲x-۲۰ & x\leq a \longrightarrow x=۲ \quad y=۴ \end{cases}$

$\emptyset$

$a^{۳}-a \geq ۱۲a-۲۰$

$\longrightarrow a\in[-۴,+\infty)$



۲) ۳

$f(x)=۳x-۱۰$

الف) $f(۷)=۳(۷)-۱۰=۱۱$

ب) $f(۳x-۱۰)=۳(۳x-۱۰)-۱۰=۹x-۴۰$

$f(۴)=\frac{۳}{۲}(۴)+k$

$\boxed{k=-۱۰}$

۳) ۱٫۷۵

$\frac{a^{۲}}{a-۱}=۲a \qquad ۲a^{۲}-۲a=a^{۲}$

$a^{۲}-۲a=۰ \qquad a(a-۲)=۰ \qquad a=۰,۲$

۴) ۲

الف) $f\circ f^{-1}=\{(۵,۵),(۷,۷),(۹,۹)(۲,۲)\}$

ب) $f^{-1}\circ f=\{(۳,۳),(۴,۴),(۷,۷),(۹,۹)\}$

ج) $f\circ g^{-1}\ \{(۲,۵),(۵,۶)\}$

د) $g^{-1}\circ f=\{(۳,۹)(۷,۳)(۹,۸)\}$

۵) ۲

$\frac{\{(۱,۲),(۳,۴),(۵,۱)\}}{\{(۱,۴)(۳,۸)(۵,۰)\}}\Rightarrow\{(۱,\frac{۱}{۲}),(۳,\frac{۱}{۲})\}$