نام و نام خانوادگی ...[handwritten name]... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس ...یازدهم ریاضی...

۱

باید برد مشترک داشته باشیم

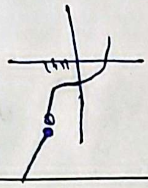
$x^3-4=12x-20 \xrightarrow{a} a^3-4=12a-20$

$a^3-4-12a+20=0 \to a^3-12a+16=0 \to a(a^2-12)=-16$

$4\times4,\ 8\times2,\ 16\times1$

$\Rightarrow a=-4$

$\begin{cases} x^3-4 , & x>-4 \\ 12x-20 , & x\leq -4 \end{cases}$



۲

$2 \xrightarrow{f^{-1}} 4 \qquad f(4)=12+k \qquad f(x)=3x-10$

$4 \xrightarrow{f} 2 \qquad 12+k=2 \quad k=-10$

$f(7)=21-10=11$

$f(f(x)) \Rightarrow f(3x-10)=3(3x-10)-10$

$f(3x-10)=9x-40$

۳

$y=\frac{ax}{x-1} \to yx-x=ay \to yx-ay=x \to y(x-a)=x$

$y=\frac{x}{x-a}$

$x=\frac{ay}{y-1}$

$\Rightarrow f(2a)=\frac{2a}{2a-a}=2 \qquad f(2a)=a$

$a=2$

۴

$f^{-1}=\{(5,3),(8,4),(2,7),(6,9)\} \qquad g^{-1}=\{(2,3),(6,8),(5,9)\}$

الف) $f o f^{-1}=\{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$

ج) $\{(2,5),(5,6)\}$

ب) $f^{-1} o f=\{(3,3),(4,4),(7,7),(9,9)\}$

د) $\{(3,9),(7,3),(9,8)\}$

$2 \xrightarrow{g^{-1}} 3 \xrightarrow{f} 5$

$6 \to 8 \to \times$

$5 \to 9 \to 6$

$3 \to 5 \to 9$

$4 \to 7 \to \times$

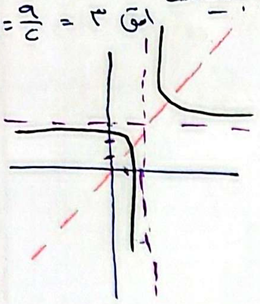
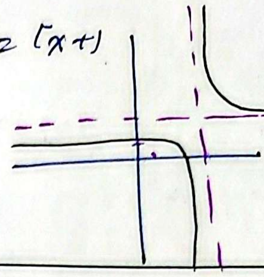
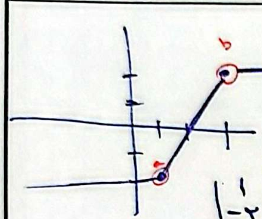
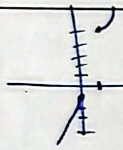
$7 \to 2 \to 3$

$9 \to 6 \to 8$

۵

$g^{-1}=\{(1,2),(3,4),(5,6)\} \qquad f o g^{-1}\{(1,4),(3,1),(5,0)\}$

$\frac{h}{f o g^{-1}}=\{(1,\frac{1}{4}),(3,4),(5,\frac{6}{0})\} \to \{(1,\frac{1}{4}),(3,4)\}$

$x=2$ قائم $y=\frac{a}{c}=3$ افقی معکوس پذیر ⇐ تابع یک به یک است ✓  $y=\frac{3x+1}{x-2} \to x=\frac{3y+1}{y-2} \to xy-2x=3y+1$ $\Rightarrow xy-3y=2x+1 \Rightarrow y(x-3)=2x+1$ $y=\frac{2x+1}{x-3}$ مجانب قائم = ۳ افقی = ۲ 	۶
 $\begin{array}{cc}1 & 3\\ -2 & 2\end{array}$ $[1,3]$ $\begin{cases}2=3a+b\\ -2=a+b\end{cases} \Rightarrow 4=2a,\ a=2,\ b=-4$ $y=2x-4$ $f^{-1}(x) \Rightarrow x=2y-4 \to 2y=x+4$ $y=\frac{x+4}{2}$	۷
 نمودارها اشتراکی ندارند ⇐ وارون پذیر → $y=x^3+4$, $x=y^3+4$, $y=\sqrt[3]{x-4}$ $y=4x-1$, $x=4y-1$, $y=\frac{x+1}{4}$ $f(x)\begin{cases}x\to 1 \Rightarrow y=5 \Rightarrow y\ge 5\\ x\to 0 \Rightarrow y=-1 \quad y\le -1\end{cases}$ $f^{-1}(x)\begin{cases}\sqrt[3]{x-4} & x\ge 5\\ \frac{x+1}{4} & x\le -1\end{cases}$	۸
$f(0)=-\frac{1}{3} \to f^{-1}(-\frac{1}{3})=0 \to \frac{-\frac{1}{3}a+b}{-\frac{2}{3}+d}=0 \to -\frac{1}{3}a+b=-\frac{2}{3}+d \to d-b=-\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}$ جایگذاری ⇓ $f(1)=1-2=-1 \to f^{-1}(-1)=1$ $\to \frac{-a+b}{-2+d}=1 \to -a+b=-2+d \to -2+d-b=-a \to \frac{1}{3}a-a=\frac{2}{3}-2$ $\Rightarrow -\frac{4}{3}=-\frac{2}{3}a \to a=2$ $\to d-b=0 \quad d=b$ $f^{-1}(b)=\frac{ab+b}{2b+d} \Rightarrow \frac{ab+b}{2b+b} \to \frac{b(a+1)}{3b} \xrightarrow{a=2} \frac{3}{3}=1$	۹
$y=\frac{x}{x^2+1} \to x=\frac{y}{y^2+1} \to xy^2+x=y \to xy^2+x-y=0$ $y=\frac{+1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$ $f^{-1}(x)\begin{cases}\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x} & x>0\\ \frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{2x} & x<0\end{cases}$	۱۰