نام و نام خانوادگی ....حسین بلادی جواد.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس ...یازدهم A...

۱

برای $x>a$ داریم x^3-4

برای $x\leq a$ داریم $12x-20$

$\xrightarrow{\text{به ازای هر } x}$ $x^3-4 \geq 12x-20 \rightarrow x^3-4x \geq 8x-16$

$x(x+2)(x-2) \geq 8(x-2)$

شیب + $\Rightarrow Max\ 12x-20 < min\ x^3-4$

$x(x+2)(x-2)-8(x-2) \geq 0$

$(x-2)(x^2+2x-8) \geq 0$

$(x-2)(x-2)(x+4) \geq 0$

$a \geq -4 \leftarrow \boxed{x \geq -4} \leftarrow x+4 \geq 0 \leftarrow$ همواره نامنفی $\leftarrow (x-2)^2(x+4) \geq 0$

۲

$f(x) = 3x + k$

$f^{-1}(2) = 4 \rightarrow f(4) = 2 \rightarrow 3(4)+k = 2 \rightarrow k = -10 \rightarrow f(x) = 3x-10$

$f(7) = 3(7) - 10 = 21 - 10 = 11$

$f(f(x)) = 3(3x-10) - 10 = 9x - 30 - 10 = 9x - 40$

۳

$y = \frac{ax}{x-1}$, $x = \frac{ay}{y-1}$

$xy - x = ay$

$xy - ay = x$

$y(x-a) = x$

$y = \frac{x}{x-a}$

$A(2a, a) \rightarrow a = \frac{2a}{2a-a} \rightarrow a = \frac{2a}{a} = \boxed{2}$

۴

الف)

$5 \xrightarrow{f^{-1}} 3 \xrightarrow{f} 5$

$7 \rightarrow 4 \rightarrow 7$

$2 \rightarrow 7 \rightarrow 2$

$6 \rightarrow 9 \rightarrow 6$

$fof^{-1}: \{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$

ب)

$3 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f^{-1}} 3$

$4 \rightarrow 7 \rightarrow 4$

$7 \rightarrow 2 \rightarrow 7$

$9 \rightarrow 6 \rightarrow 9$

$f^{-1}of: \{(3,3),(4,4),(7,7),(9,9)\}$

ج)

$2 \xrightarrow{g^{-1}} 3 \xrightarrow{f} 5$

$6 \rightarrow 8 \rightarrow \times$

$5 \rightarrow 9 \rightarrow 6$

$fog^{-1}: \{(2,5),(5,6)\}$

د)

$3 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g^{-1}} 9$

$4 \rightarrow 7 \rightarrow \times$

$7 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

$9 \rightarrow 6 \rightarrow 8$

$g^{-1}of: \{(3,9),(7,3),(9,8)\}$

۵

$fog^{-1}:$

$1 \xrightarrow{g^{-1}} 2 \xrightarrow{f} 4$

$3 \rightarrow 4 \rightarrow 8$

$5 \rightarrow 6 \rightarrow 10$

$\frac{h}{fog^{-1}}: \left\{\left(1,\frac{2}{4}\right),\left(3,\frac{4}{8}\right),\left(5,\frac{1}{10}\right)\right\} = \left\{\left(1,\frac{1}{2}\right),\left(3,\frac{1}{2}\right),\left(5,\frac{1}{10}\right)\right\}$

$fog^{-1}: \{(1,4),(3,8),(5,10)\}$ $h: \{(1,2),(3,4),(4,1),(5,1)\}$

۶

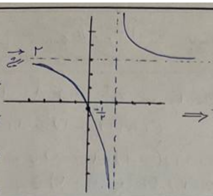
$y = \dfrac{3x+1}{x-2}$

مجانب قائم: 2

مجانب افقی: $3 = \dfrac{3}{1}$

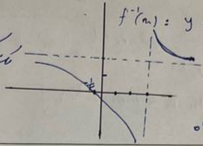
نقطه دلخواه: صفر

$\dfrac{3(0)+1}{0-2} = -\dfrac{1}{2}$



$x = -\dfrac{-2y-1}{1y-3} \to x = \dfrac{2y+1}{y-3}$

⇒ قرینه نسبت به



$f^{-1}(x):\ y = \dfrac{2x+1}{x-3}$

مجانب قائم: 3

مجانب افقی: 2

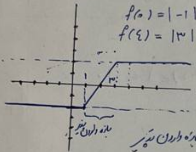
نقطه دلخواه: $-\dfrac{1}{2}$ صفر

۷

$f(x) = |x-1| - |x-3|$ $\qquad |3-1| = 2$

$f(0) = |-1| - |-3| = -2$

$f(4) = |3| - |1| = 2$



بازه وارون پذیر

$D_g = R_{g^{-1}} = [1,3]$

$R_g = D_{g^{-1}} = [-2,2]$

$1 \le \frac{1}{2}x+2 \le 3$

$-2 \le x \le 2$ ✓

بازه کوچک شده $g(x) = 2x-4$

$y = 2x-4 \qquad 2y = x+4$

$x = 2y-4 \qquad y = \dfrac{x+4}{2}$

بازه وارون پذیر: $[1,3] \to a=1,\ b=3$ $\qquad g^{-1}(x) = \frac{1}{2}x+2$

۸

$f(x)\begin{cases} x^3+4 & ; x \ge 1 \\ 4x-1 & ; x \le 0 \end{cases}$

$+$ شیب $\Rightarrow \operatorname{Max} 4x-1 < \min x^3+4$

$\operatorname{Max} 4x-1 = 4(0)-1 = -1$

$\min x^3+4 = (1)^3+4 = 5$

$-1 < 5 \longrightarrow$ وارون پذیر است

$y = x^3+4 \to x = y^3+4$

$y^3 = x-4$

$y = \sqrt[3]{x-4}$

$\sqrt[3]{x-4} \ge 1$

$x-4 \ge 1$

$x \ge 5$

$y = 4x-1 \to x = 4y-1$

$4y = x+1$

$y = \dfrac{x+1}{4}$

$\dfrac{x+1}{4} \le 0$

$x+1 \le 0$

$x \le -1$

$f^{-1}(x)\begin{cases} \sqrt[3]{x+4} & ; x \ge 5 \\ \dfrac{x+1}{4} & ; x \le -1 \end{cases}$

۹

$f(x) = \dfrac{x^2(x+3)}{x+3} - \dfrac{(x+1)^3}{x+3} = \dfrac{\cancel{x^3} + \cancel{3x^2} - \cancel{x^3} - 1 - \cancel{3x^2} - 3x}{x+3} = \dfrac{-3x-1}{x+3}$

$f(x) = \dfrac{-3x-1}{x+3} \rightsquigarrow x = -\dfrac{3y-(-1)}{1y-(-3)} = \dfrac{-3y-1}{y+3} \to y = \dfrac{-3x-1}{x+3}$

$f^{-1}(x) = \dfrac{-3x-1}{x+3} \rightsquigarrow \dfrac{-3x-1}{x+3} \times \dfrac{2}{2} = \dfrac{-6x-2}{2x+6} \Longrightarrow b = -2$ $\qquad f^{-1}(-2) = \dfrac{-6(-2)-2}{2(-2)+6} = \dfrac{10}{2} = 5$

۱۰

$f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ $\quad \begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ R_f = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \end{cases}$

$D(f^{-1}) = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

$R(f^{-1}) = \mathbb{R}$

$y = \dfrac{x}{x^2+1} \Longrightarrow x = \dfrac{y}{y^2+1}$

$\Rightarrow xy^2 + x = y$

$xy^2 - y + x = 0$

$y = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x}$

$\begin{cases} y = \dfrac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x} \\ R(y_1) = \mathbb{R} \\ y = \dfrac{1-\sqrt{1-4x^2}}{2x} \end{cases}$