باران شریفی درس یازدهم کلاس ۸ ۱۹٫۷۵

Subject:
Year: Month: Day: page: ( )

سوال ۱: ۲

$f(x) = \begin{cases} x^۳ - ۴ & ; x > a \\ ۱۲x - ۲۰ & ; x \leq a \end{cases}$

$۱۲x - ۲۰ \leq x^۳ - ۴ \quad a = x$

$۱۲a - ۲۰ \leq a^۳ - ۴$

$a^۳ - ۱۲a + ۱۶ \geq ۰$

$a^۳ - ۱۲a + ۱۶ \div (a - ۲) = a^۲ + ۲a - ۸$

$-a^۳ - ۲a^۲$

$۲a^۲ - ۱۲a + ۱۶$

$-۲a^۲ + ۴a$

$-۸a + ۱۶$

$+۸a - ۱۶$

۰

$(a^۲ + ۲a - ۸)(a - ۲) \geq ۰$

$(a + ۴)(a - ۲)$

$- ۴ + ۲ +$

$a = [-۴, +\infty)$

$D_f = R_{f^{-1}} \quad D_{f^{-1}} = R_f$

سوال ۲: ۲

الف) $f(۷)$

$f(x) = ۳x + k \quad f(۲) = ۴$

$f(۴) = ۲ \Rightarrow ۳ \times ۴ + k = ۲ \Rightarrow k = -۱۰$

$f(۷) = ۳ \times ۷ - ۱۰ = ۱۱$

ب) $f(f(x)) = f(۳x - ۱۰) = ۳(۳x - ۱۰) - ۱۰ = ۹x - ۳۰ - ۱۰ = ۹x - ۴۰$

سوال ۳: ۱٫۷۵

$f(x) = \frac{ax}{x-1}$

$f^{-1}(۲a) = a$

$D_{f^{-1}} = R_f$

$D_f = R_{f^{-1}}$

$f(a) = ۲a \Rightarrow f(a) = \frac{a^۲}{a-1} = ۲a \Rightarrow ۲a^۲ - ۲a = a^۲$

$a^۲ - ۲a = ۰ \quad a(a - ۲) = ۰$

$a = ۰$ ✗

$a = ۲$ ✓

سوال ۴: ۴

$f = \{(۳,۵), (۴,۷), (۷,۲), (۹,۶)\} \quad f^{-1}: \{(۵,۳), (۷,۴), (۲,۷), (۶,۹)\}$

$g = \{(۳,۲), (۸,۶), (۹,۵)\} \quad g^{-1}: \{(۲,۳), (۶,۸), (۵,۹)\}$

الف) $f \circ f^{-1}$ $\quad f(f^{-1})$:

$۵ \to ۳ \to ۵ \quad ۶ \to ۹ \to ۶$

$۷ \to ۴ \to ۷$

$۲ \to ۷ \to ۲$

$\{(۵,۵), (۷,۷), (۲,۲), (۶,۶)\}$

ب) $f^{-1} \circ f$ $\quad f^{-1}(f)$:

$۳ \to ۵ \to ۳ \quad ۷ \to ۲ \to ۷$

$۴ \to ۷ \to ۴ \quad ۹ \to ۶ \to ۹$

$\{(۳,۳), (۴,۴), (۷,۷), (۹,۹)\}$

ج) $f \circ g^{-1}$ $\quad f(g^{-1})$:

$۲ \to ۳ \to ۵$

$۶ \to ۸ \to$ ✗

$۵ \to ۹ \to ۶$

$\{(۲,۵), (۵,۶)\}$

Arman

د) $g^{-1} \circ f$ $\quad g^{-1}(f)$:

$۳ \to ۵ \to ۹ \quad ۹ \to ۶ \to ۸$

$۴ \to ۷ \to$ ✗

$۷ \to ۲ \to ۳$

$\{(۳,۹), (۷,۳), (۹,۸)\}$

سوال ۵: $f=\{(2,4),(4,8),(6,0)\}$ $g=\{(2,1),(4,3),(6,5)\}$

$h=\{(1,2),(3,4),(4,1),(5,1)\}$ $\frac{h}{fog^{-1}}=?$ $g^{-1}=\{(1,2),(3,4),(5,6)\}$

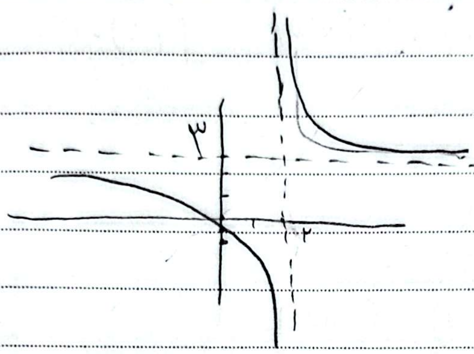
$f(g^{-1})$: $1\to2\to4$ $\quad 5\to6\to0$ $\quad 3\to4\to8$

$f(g^{-1})=\{(1,4),(3,8),(5,0)\}$

$\frac{h}{fog^{-1}}=\{(1,\frac{2}{4}),(3,\frac{4}{8}),\cancel{(5,\frac{1}{0})}\}$

سوال ۶:

$y=\frac{3x+1}{x-2}$



$x=0 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}$

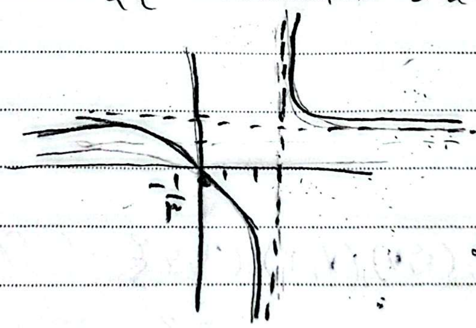
مجانب قائم $= x=2$

مجانب افقی $=3$

$y=\frac{3x+1}{x-2} \longrightarrow x=\frac{3y+1}{y-2} \to xy-2x=3y+1$

$xy-3y=1+2x$

$y(x-3)=1+2x \Rightarrow y=\frac{1+2x}{x-3}$



مجانب قائم: ۳

مجانب افقی: ۲

$y=-\frac{1}{3}$، $x=0$

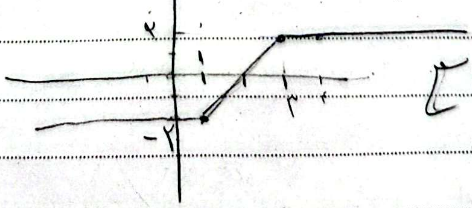
سوال ۷:

$f(x)=\underbrace{|x-1|}_{x=1}-\underbrace{|x-3|}_{x=3}$ $\quad -x+3$

$-x+1+x-3=-2 \quad x\le1$

$x-1+x-3=2x-4 \quad 1<x<3$

$x-1-x+3=2 \quad x\ge3$



وارون پذیر $[1,3]$

$1<x<3 \to x-1+x-3=2x-4$

$y=2x-4 \Rightarrow x=2y-4 \Rightarrow y=\frac{x+4}{2}$

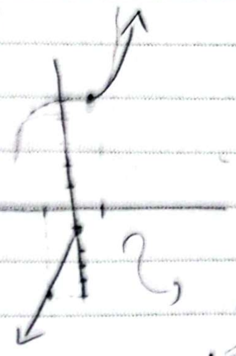
باران شریفی سری یازدهم ریاضی ۸

Subject: Year Month Day page: ( )

سوال ۸:

$$f(x)=\begin{cases} x^3+4 & ; x\geq 1 \rightarrow 1\to 5,\ 2\to 12 \\ 4x-1 & ; x\leq 0,\ 0\to -1,\ -1\to -5 \end{cases}$$

یک به یک است



$y=x^3+4 \rightarrow x=y^3+4$ تعویض

$x-4=y^3 \rightarrow y=\sqrt[3]{x-4}$

$R_{f(x)}=D_{f^{-1}(x)}$

$y=4x-1 \rightarrow x=4y-1 \rightarrow \dfrac{x+1}{4}=y$

$[5,+\infty)\cup(-\infty,-1]$

$$f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x-4} & ; 5\leq x \\ \dfrac{x+1}{4} & ; x\leq -1 \end{cases}$$

۲

سوال ۹:

$$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3} \qquad f^{-1}(x)=\frac{ax+b}{2x+d}$$

$x^2(x+3) \rightarrow \dfrac{\cancel{x^3}+\cancel{3x^2}-\cancel{x^3}-\cancel{3x^2}-3x-1}{x+3} \rightarrow \dfrac{-(3x+1)}{x+3}=y$

$f(x)=\dfrac{-(3x+1)}{x+3} \rightarrow f^{-1}(x)=\dfrac{-(3y+1)}{y+3} \rightsquigarrow xy+3x=-3y-1$

$(3+x)y=-3x-1$

۴

$a=-6 \quad d=6 \quad b=-2 \leftarrow f^{-1}(x)=\dfrac{-6x-2}{2x+6} \xleftarrow{\times 2} y=\dfrac{-(3x+1)}{3+x}$

$$f^{-1}(-2)=\frac{\overset{+12}{-6\times(-2)}-2}{2\times(-2)+6}=\frac{10}{2}=5$$

سوال ۱۰:

$f(x)=\dfrac{x}{x^2+1} \rightarrow y=\dfrac{x}{x^2+1} \rightsquigarrow x=\dfrac{y}{y^2+1} \rightarrow xy^2+x=y$

$xy^2-y+x=0$

۲

$\Delta=1-4x^2$

$y=\dfrac{+1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$

$1-4x^2\geq 0 \rightarrow 1\geq 4x^2$

$\dfrac{1}{4}\geq x^2 \rightarrow -\dfrac{1}{2}\leq x\leq \dfrac{1}{2} \sim x\neq 0$

$$\rightsquigarrow f^{-1}(x)\begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x} & ; 0<x\leq \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1-\sqrt{1-4x^2}}{2x} & ; -\dfrac{1}{2}\leq x<0 \end{cases}$$