تکلیف شماره ۱۰ مهراز مدرسی ۲۰ یازدهم تجربی A

① الف) $f=\{(\overbrace{۳,۲),(n,۵),(۳,n^۲-n),(m}^{m=۳},۲),(-۱,۴)\}$

②

$n^۲-n=۲ \rightarrow n^۲-n-۲=۰ \rightarrow (n-۲)(n+۱)=۰$

$\boxed{n=۲} \leftarrow \begin{cases} n=۲ \\ \boxed{n=-۱} \end{cases}$ غ ق ق

چون (۴ , ۱-) را داریم

ب) $f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(\overset{۱}{a},m-۱),(a+۲,n),(m,۳)\}$

$a=-۱$

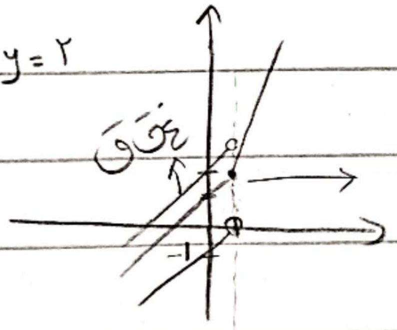
$m=۲$

$a+۲=۱$

$m-۱=۱ \rightarrow m=۲$

$n=۲$

$x=۱ \rightarrow y=۲$



$a_{max}=۱$

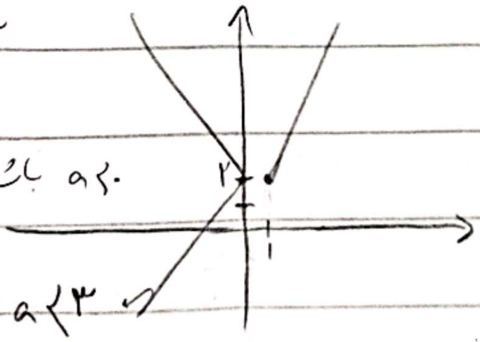
② $f(x)=\begin{cases} ۳x-۱ ; & x\geq ۱ \\ x+a ; & x<۱ \end{cases}$ ③

$a=(-\infty,۱]$

③ $f(x)=\begin{cases} ۳x-۱ ; & x\geq ۱ \\ ax+a-۱ ; & x<۰ \end{cases}$ ②

$x=۱ \rightarrow y=۲$

a<۰ باشد تابع یک به یک X نیست

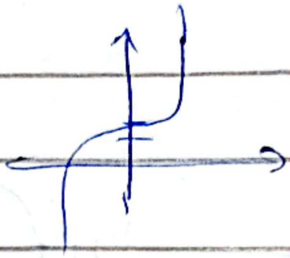


$a-۱<۲ \rightarrow a<۳$ ✓

$a=(۰,۳)$

(۴)

الف) $y = x^3 + 2$

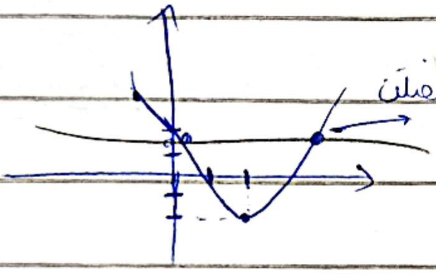


⟸ یک به یک هست ✓

۳

$x = y^3 + 2 \rightarrow y^3 = x - 2 \rightarrow y = \sqrt[3]{x-2}$

ب) $y = x^2 - 4x + 2 \rightarrow$ ext $\left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ 4 - 8 + 2 = -2 \end{array} \right.$



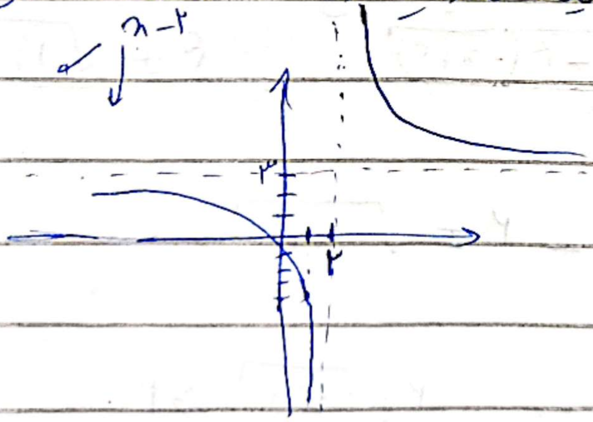
یک به یک نیست به ازای دو x در نقطه
یکی می دهد

(۵) الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \rightarrow$ تابع یک به یک است هموگرافیک ✓

$\frac{a}{c} = 3$ مجانب افقی

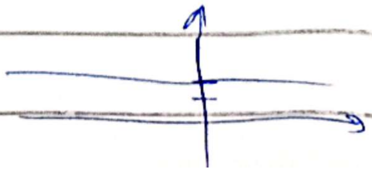
$x = 1 \rightarrow y = \frac{4}{-1} = -4$

۲



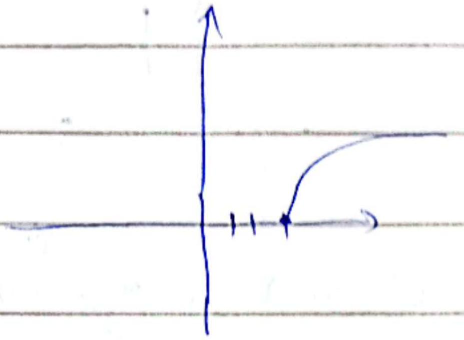
$x = \frac{3y+1}{y-2} \rightarrow y = \frac{+2x+1}{+x-3}$

ب) $y = \frac{4+2x}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} = 2$ تابع ثابت $y=2$ ⟺ یک به یک نیست ✗



④

الف) $y=\sqrt{x-۳}$



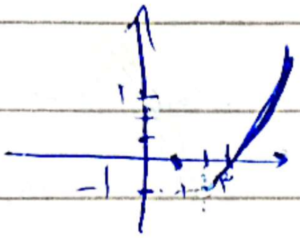
یک به یک هست ✓

۲

$x=\sqrt{y-۳} \rightarrow x^۲=y-۳ \rightarrow y=x^۲+۳$

ب) $y=\underset{(x-۳)(x-۱)}{x^۲-۴x+۳}, \quad x\in[۲,+\infty)$

$x=۲ \rightarrow y=۴-۸+۳=-۱$



یک به یک می باشد ✓

$x=y^۲-۴y+۳ \rightarrow y^۲-۴y-x+۳=0$

$$y=\frac{۴\pm\sqrt{۱۶-۴(-x+۳)}}{۲}=\frac{۴\pm\sqrt{۱۶+۴x-۱۲}}{۲}$$

$$=\frac{۴\pm\sqrt{۴x+۴}}{۲}=۲\pm\sqrt{x+۱}$$

$$D_{\text{تابع اول}}=R_{\text{تابع دوم}} \Rightarrow \underset{\text{نمی تواند منفی باشد}}{۲\pm\sqrt{x+۱}}\geq ۲$$

$$\Rightarrow y=۲+\sqrt{x+۱}$$

$f(x) = x + \sqrt{x} \to (0, +\infty)$ ⑦

$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x - c}$

$a + 2b + 4c = ? = \boxed{1}$ ۳

$f^{-1}(x) = y + \sqrt{y} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \to$

$x + \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{2})^2 \to \sqrt{y} + \frac{1}{2} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} \to$

$\sqrt{y} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \to y = x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$\Rightarrow y = x + \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$

$a = 1 \quad b = \frac{1}{2} \quad c = \frac{-1}{4}$

$1 + 2 \times \frac{1}{2} + (4 \times \frac{-1}{4}) = 1 + 1 - 1 = \boxed{1}$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}} \to \begin{cases} y = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 2}} \\ y = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 2}} \end{cases}$ ⑧

همواره $\oplus$

x, y ⇐ هم علامت اند ⇐ ۲

$x_1 \neq -x_2 \to$

$\ominus$ غیر قابل قبول

$\Downarrow$

$x_1 = x_2$

تابع یک به یک هست ✓

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 2}} = \frac{x_1^2}{x_1^2 - 2} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 2}$

$\cancel{x_1^2 x_2^2} - 2x_2^2 = \cancel{x_1^2 x_2^2} - 2x_1^2 \Rightarrow -2x_2^2 = -2x_1^2$

$x_1 = \pm x_2 \Leftarrow x_2^2 = x_1^2$

$$x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}}\rightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2}\rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2$$

$$x^2y^2-y^2-2x^2=0\rightarrow (x^2-1)y^2=2x^2$$

$$y=\sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}}\leftarrow y^2=\frac{2x^2}{x^2-1}$$

$$y=\frac{\cancel{\pm}\, x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}}\Longrightarrow \boxed{y=\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}}}$$

x و y هم علامت
اند منفی
نمی‌تونه باشه

$$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|}\quad , g(x)=\sqrt{x}-1$$ ⑨

$$f\left(\frac{-2}{5}\right)+g^{-1}\left(\frac{-3}{5}\right)=? \quad \frac{-2}{3}+\frac{4}{25}=\frac{-50+27}{75}=\boxed{\frac{-23}{75}}$$

$$x=\frac{y}{1+|y|}\rightarrow x+x|y|-y=0\rightarrow$$ ②

$y\geq 0$

$$x=y-xy\rightarrow$$
$$x=(1-x)y$$
$$\frac{x}{1-x}=y$$

$\boxed{y<0}$

$$x=y+xy$$
$$x=(1+x)y$$
$$\leftarrow \frac{x}{1+x}=y$$

$$y=\frac{-2}{5}\Rightarrow y=\frac{\frac{-2}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{-2}{3}$$

$$y=\sqrt{x}-۱ \xrightarrow{g^{-1}(x)} x=\sqrt{y}-۱ \longrightarrow \sqrt{y}=x+۱$$

$$y=(x+۱)^{۲} \longrightarrow g^{-1}\left(-\frac{۲}{۵}\right)=\left(\frac{-۲}{۵}+۱\right)^{۲}=\frac{۹}{۲۵}$$

(۱۰)

$$f^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-۱}$$

$$g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)}$$

$$g^{-1}(۱۲)=?$$

(۲)

$$y=\sqrt[۳]{x-۱} \xrightarrow{f^{-1}(x)} x=\sqrt[۳]{y-۱} \rightarrow y-۱=x^{۳} \rightarrow y=x^{۳}+۱$$

$$f(x)=x^{۳}+۱$$

$$\rightarrow g(x)=x^{۳}+۱+\sqrt{x^{۳}+۱}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۴}=\left(\sqrt{x^{۳}+۱}+\frac{۱}{۲}\right)^{۲}-\frac{۱}{۴}$$

$$\xrightarrow{g^{-1}(x)} x=\left(\sqrt{y^{۳}+۱}+\frac{۱}{۲}\right)^{۲}-\frac{۱}{۴}$$

$$x+\frac{۱}{۴}=\left(\sqrt{y^{۳}+۱}+\frac{۱}{۲}\right)^{۲} \rightarrow$$

$$\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}=\sqrt{y^{۳}+۱}+\frac{۱}{۲}$$

$$\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}-\frac{۱}{۲}=\sqrt{y^{۳}+۱}$$

$$\left(\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}-\frac{۱}{۲}\right)^{۲}=y^{۳}+۱ \rightarrow y=\sqrt[۳]{\left(\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}-\frac{۱}{۲}\right)^{۲}-۱}$$

$$\xrightarrow{x=۱۲} \sqrt[۳]{\left(\sqrt{\frac{۴۹}{۴}}-\frac{۱}{۲}\right)^{۲}-۱}=\sqrt[۳]{\left(\frac{۷}{۲}-\frac{۱}{۲}\right)^{۲}-۱}=\sqrt[۳]{۹-۱}=\sqrt[۳]{۸}=۲$$