نام و نام خانوادگی : سارینا دادخواه — شماره تکلیف : ۱۰ — کلاس : یازدهم دهتان A

---

۱) مقدار n را به گونه ای تعیین کنید که روابط زیر تابعی یک به یک باشند.

الف) $f=\{(3,2),(n,5),(3,n^2-n),(m^3,2),(-1,4)\}$ $\quad n^2-n=2 \to n^2-n-2=0$

$(n-2)(n+1)=0$ ، 2 ق ق ، -1 غ ق ق

$\boxed{n=2}$ $\boxed{3m=3}$

ب) $f=\{(-1,1),(1,2),(2,3),(a,m-1),(a+2,n),(m^2,3)\}$

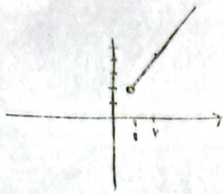
$2-1=1$ ، -1 ، 1 ، 2

$m=2 \quad n=2$

$a=-1$

---

۲) تابع $f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ x+a & x<1\end{cases}$ یک به یک است مقدار a را بدست آورید.



---

۳) تابع $f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ ax+a-1 & x\leq 0\end{cases}$ یک به یک است حدود a ؟

---

۴) یک به یک بودن توابع زیر را به روش دلخواه بررسی کنید و در صورت امکان ضابطه ی معکوس آن را بدست آورید.

الف) $y=x^3+2 \to y_1=y_2 \to x_1=x_2 \to x_1^3+\cancel{2}=x_2^3+\cancel{2} \to \boxed{x_1=x_2}$

$x^3=y-2 \to x=\sqrt[3]{y-2} \to y=\sqrt[3]{x-2} \to f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-2}$

ب) $y=x^2-4x+2+2-2 \Longrightarrow (x-2)^2-2=y \Rightarrow x-2=\pm\sqrt{y+2}$

$f^{-1}(x)=2\pm\sqrt{x+2}$

---

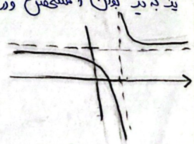
۵) یک به یک بودن را مشخص و در صورت امکان ضابطه ی معکوس آن را بدست آورید.

$y=\dfrac{3x+1}{x-2} \Longrightarrow x=-\dfrac{2y-1}{y-3} \Rightarrow x=\dfrac{-2y+1}{y-3}$

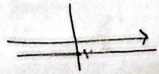
$f^{-1}(x)=\dfrac{-2x+1}{x-3}$

مجانب قائم $=2$

مجانب افقی $=3$



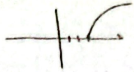
$y=\dfrac{4+2x}{x+2} \Rightarrow \dfrac{2(2+x)}{x+2} \Rightarrow y=2$



$\rightarrow$ معکوس پذیر نیست

$\leftarrow$ یک به یک نیست

الف) $y=\sqrt{x-3} \longrightarrow y^2 = x-3 \longrightarrow x = y^2+3$



$f^{-1}(x) = x^2+3$

ب) $y = x^2-4x+3 ,\ x\in[2,+\infty) \Rightarrow y = x^2-4x+4-1 \longrightarrow y = (x-2)^2-1 \longrightarrow$ ۷

$x-2 = \pm\sqrt{y+1} \qquad x = 2\pm\sqrt{y+1} \longrightarrow f^{-1}(x) = 2+\sqrt{x+1}$

دامنه تابع $f(x) = x+\sqrt{x}$ به صورت $(0,+\infty)$ است $f^{-1}(x) = ax+b-\sqrt{x-c}$ حاصل $a+2b+4c$ را بدست آورید.

$\sqrt{x}=t,\ y = t^2+t \longrightarrow t^2-t-y=0 \Rightarrow t = \dfrac{-1\pm\sqrt{1+4y}}{2} \xrightarrow[t=\sqrt{x}]{\text{چون}}$

$\sqrt{4(1/4+x)}$

$x=t^2 = \left(\dfrac{-1+\sqrt{1+4y}}{2}\right)^2 \to \dfrac{1-2\sqrt{1+4x}+(1+4x)}{4} \Rightarrow \dfrac{2+4x-2\sqrt{1+4x}}{4} \Rightarrow x+1/2-1/2\sqrt{1+4x}$

$f^{-1}(x) = x+1/2-1/2\times 2\sqrt{x+1/4} \longrightarrow a=1,\ b=1/2,\ c=-1/4$

$a+2b+4c \Rightarrow 1+2\times\frac{1}{2}+4\times(-1/4) \to 1+1-1 = 1 \to$ جواب

یک به یک بودن تابع $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-2}}$ را بررسی کنید و در صورت امکان ضابطه‌ی تابع معکوس آن را بدست آورید. ۸

$y=\dfrac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}$, $y=\dfrac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}$ $\to \dfrac{x_1^2}{x_1^2-2} = \dfrac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow \cancel{x_1^2x_2^2}-2x_1^2 = \cancel{x_2^2x_1^2}-2x_2^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2$

$x = \pm x_2 \to \times$

f^{-1} محاسبه $\Rightarrow x = \dfrac{y}{\sqrt{y^2-2}} \longrightarrow x^2 = \dfrac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2-2x^2 = y^2$

$y^2-x^2y^2 = -2x^2 \to y^2(1-x^2) = -2x^2 \to y^2 = \dfrac{-2x^2}{1-x^2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\dfrac{-2x^2}{1-x^2}} \Rightarrow$

اگر $f^{-1}(x) = \dfrac{x}{1+|x|}$ و $g(x) = \sqrt{x}-1$ باشند حاصل $f(-\frac{2}{5})+g^{-1}(-\frac{2}{5})$ را بدست آورید.

$y=\sqrt{x}-1 \longrightarrow \sqrt{x} = y+1 \Rightarrow x = (y+1)^2 \to g^{-1}(y) = (y+1)^2$

$f^{-1}(x) = \dfrac{x}{1+\sqrt{x}} \Rightarrow x = \dfrac{y}{1+\sqrt{y}} \Rightarrow x(1+\sqrt{y}) = y \to x\sqrt{y}+x = y \longrightarrow x\sqrt{y} = y-x$ ۹

$\to x^2y = (y-x)^2 = y^2-2xy+x^2-x^2y \Rightarrow y^2-y(2x+x^2)+x^2 = 0$

$y = \dfrac{(2x+x^2)\pm\sqrt{(2x+x^2)^2-4x^2}}{2} \Rightarrow \dfrac{x^2+2x\pm x\sqrt{x(x+4)}}{2} \xrightarrow{f(-2/5)}$ زیر رادیکال منفی می‌شود $\times$

اگر $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1}$ و $g(x) = f(x)+\sqrt{f(x)}$ باشند حاصل $g^{-1}(12)$ را بدست آورید.

۱۰