نام و نام خانوادگی : سارینا دارخواه   شماره تکلیف : ۱۰   ۱۰٫۲۵   کلاس : یازدهم دختران A

۱

مقدار n را به گونه‌ای تعیین کنید که روابط زیر تابعی یک به یک باشند.

الف) $f=\{(۳,۲),(n,۵),(۳,n^۲-n),(\overset{۳}{\cancel{m}},۲),(-۱,۴)\}$ $n^۲-n=۲ \rightarrow n^۲-n-۲=۰$

$(n-۲)(n+۱)=۰$ ۲ ق ق   −۱ غ ق ق

$\boxed{n=۲}$ $\boxed{m=۳}$

ب) $f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(\overset{-۱}{a},\overset{۱}{m-۱}),(\overset{-۱}{a}+۲,\overset{۲}{n}),(\overset{۲}{\cancel{m}}^۲,۳)\}$

$۲-۱=۱$ ۱   ۲

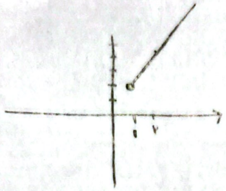
$m=۲$ $n=۲$

$a=-۱$

۳

۲

تابع $f(x)=\begin{cases}۳x-۱ & x\geq ۱\\ x+a & x<۱\end{cases}$ یک به یک است حدود a را بدست آورید.



$۱+a\leq ۲ \rightarrow a\leq ۱$

۰

۳

تابع $f(x)=\begin{cases}۳x-۱ & x\geq ۱\\ ax+a-۱ & x\leq ۰\end{cases}$ یک به یک است حدود a ؟

$a>۰$

$a-۱<۲ \rightarrow a<۳ \xrightarrow{A} ۰<a<۳$

۰

۴

یک به یک بودن توابع زیر را به روش دلخواه بررسی کنید و در صورت امکان ضابطه‌ی معکوس آن را بدست آورید.

الف) $y=x^۳+۲ \rightarrow y_۱=y_۲ \rightarrow x_۱=x_۲ \rightarrow x_۱^۳+\cancel{۲}=x_۲^۳+\cancel{۲} \rightarrow \boxed{x_۱=x_۲}$

$x^۳=y-۲ \rightarrow x=\sqrt[۳]{y-۲} \rightarrow y=\sqrt[۳]{x-۲} \rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{x-۲}$

ب) $y=x^۲-۴x+۲+۲-۲ \Longrightarrow (x-۲)^۲-۲=y \Rightarrow x-۲=\pm\sqrt{y+۲}$

$f^{-۱}(x)=۲\pm\sqrt{x+۲}$

۱

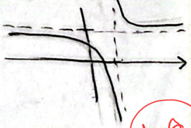
۵

یک به یک بودن را مشخص و در صورت امکان ضابطه‌ی معکوس آن را بدست آورید.

$y=\frac{۳x+۱}{x-۲} \Longrightarrow x=-\frac{۲y-۱}{y-۳} \Rightarrow x=\frac{-۲y+۱}{y-۳}$

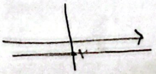
مجانب قائم = ②

مجانب افقی = ③



$f^{-۱}(x)=\cancel{-}\frac{۲x+۱}{x-۳}$

$y=\frac{۴+۲x}{x+۲} \Rightarrow \frac{۲(۲+x)}{x+۲} \Rightarrow y=۲$

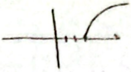


→ معکوس پذیر نیست

← یک به یک نیست

۱٫۷۵

الف) $y=\sqrt{x-3} \to y^2=x-3 \to x=y^2+3$



$f^{-1}(x)=x^2+3$

۲

ب) $y=x^2-4x+3,\ x\in[2,+\infty) \Rightarrow y=x^2-4x+4-1 \to y=(x-2)^2-1 \to$ ۷

$x-2=\pm\sqrt{y+1}$ $\quad x=2\pm\sqrt{y+1} \to f^{-1}(x)=2+\sqrt{x+1}$

وارون تابع $f(x)=x+\sqrt{x}$ در بازه $(0,+\infty)$ به صورت $f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$ است حاصل $a+2b+4c$ را بدست آورید.

$\xrightarrow{\sqrt{x}=t} y=t^2+t \to t^2-t-y=0 \Rightarrow t=\frac{-1\pm\sqrt{1+4y}}{2} \xrightarrow[t=\sqrt{x}]{\text{چون}}$

$\sqrt{4(\frac14+x)}$

$x=t^2=\left(\frac{-1+\sqrt{1+4y}}{2}\right)^2 \to \frac{1-2\sqrt{1+4x}+(1+4x)}{4} \Rightarrow \frac{2+4x-2\sqrt{1-4x}}{4} \Rightarrow x+\frac12-\frac12\sqrt{1+4x}$ ✓

$f^{-1}(x)=x+\frac12-\cancel{\frac12}\times\cancel{2}\sqrt{x+\frac14} \longrightarrow a=1,\ b=\frac12,\ c=-\frac14$

۲

$a+2b+4c \Rightarrow 1+2\times\frac12+4\times(-\frac14) \to 1+1-1=\boxed{1} \to$ جواب

یک به یک بودن تابع $y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$ را بررسی کنید و در صورت امکان ضابطه تابع معکوس آن را بدست آورید. ۸

$$\left.\begin{array}{l} y=\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} \\ y=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \end{array}\right\} \to \frac{x_1^2}{x_1^2-2}=\frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow \cancel{x_1^2x_2^2}-2x_1^2=\cancel{x_2^2x_1^2}-2x_2^2 \Rightarrow x_1^2=x_2^2$$

$x=\pm x_2 \to$ ✗

۱,۵

f^{-1} ضابطه $\Rightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \to x^2=\frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2$

$y^2-x^2y^2=-2x^2 \to y^2(1-x^2)=-2x^2 \to y^2=\frac{-2x^2}{1-x^2} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{-2x^2}{1-x^2}} \Rightarrow$

اگر $f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|}$ و $g(x)=\sqrt{x}-1$ باشند حاصل $f(-\frac25)+g^{-1}(-\frac25)$ را بدست آورید.

$y=\sqrt{x}-1 \longrightarrow \sqrt{x}=y+1 \Rightarrow x=(y+1)^2 \to g^{-1}(y)=(y+1)^2$ ۹

$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+\sqrt{x}} \Rightarrow x=\frac{y}{1+\sqrt{y}} \Rightarrow x(1+\sqrt{y})=y \to x\sqrt{y}+x=y \to x\sqrt{y}=y-x$

۵

$\to x^2y=(y-x)^2=y^2-2xy+x^2-x^2y \Rightarrow y^2-y(2x+x^2)+x^2=0$

$y=\frac{(2x+x^2)\pm\sqrt{(2x+x^2)^2-4x^2}}{2} \Rightarrow \frac{x^2+2x\pm x\sqrt{x(x+4)}}{2} \xrightarrow{f(-\frac25)}$ زیر رادیکال منفی می‌شود ✗

اگر $f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1}$ و $g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)}$ باشند حاصل $g^{-1}(12)$ را بدست آورید.

$f(a)+\sqrt{f(a)}=12 \to \sqrt{f(a)}=3 \to f(a)=9 \quad g^{-1}(12)=2$

۰ ۱۰

Scanned with CamScanner

۸) یک y نمی‌تواند دو x مختلف العلامت داشته باشد
پس $x_۱ = x_۲$ و تابع یک به یک است

$$y = \frac{\sqrt{۲x}}{\sqrt{x^۲ - ۱}}$$

x و y هم علامت هستند پس نیازی به علامت ± نیست

۹)

$$\left.\begin{aligned} f^{-۱}(a) &= \frac{-۲}{۵} = \frac{a}{۱+|a|} \longrightarrow a = \frac{-۲}{۳} \\ g(b) &= \frac{-۲}{۵} = \sqrt{b} - ۱ \longrightarrow b = \frac{۹}{۲۵} \end{aligned}\right\} \quad a + b = \frac{-۲۳}{۷۵}$$