ماهک میرمقتدایی ←

۲۰

۱- الف

$m = ۳$

$n^2 - n = ۲ \to n^2 - n - ۲ = ۰ \to n = -۱ , \; n = ۲ \to (۳,-۱) \to (-۱,ω),(-۱,۴)$ ×

$\to \boxed{n = ۲}$

۳

۱- ب ←

$m = ۲$

$m - ۱ = ۱ \to a = -۱$

$-۱ + ۲ = ۱ \to \boxed{n = ۲}$

---

۲ ←

$۳x - ۱ \to x \geq ۱ \xrightarrow{R} x \geq ۱ \to ۳x \geq ۳ \to ۳x - ۱ \geq ۲$

$x + a \to x < ۱ \xrightarrow{R} x < ۱ \to x + a < ۱ + a$

$۱ + a < ۲ \to \boxed{a \leq ۱}$

۳

---

۳ ←

$۳x - ۱ \to x \geq ۱ \to ۳x \geq ۳ \to ۳x - ۱ \geq ۲$

$ax + a - ۱ \to x \leq ۰ \to ax \leq ۰ \to ax + a - ۱ \leq a - ۱$

$a - ۱ \leq ۲ \to a < ۳$

چون تابع باید صعودی باشد، a ← ۰ منفی نمی‌تواند باشد $\to a > ۰$

$\to \boxed{۰ < a < ۳}$

۳

۲ ← الف

$$y = x^3 + 2 \rightarrow \left.\begin{array}{l} y = x_1^3 + 2 \\ y = x_2^3 + 2 \end{array}\right\} \rightarrow x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2$$

$$\rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow$$ **یک به یک است**

(۲)

$$x = y^3 + 2 \rightarrow x - 2 = y^3 \rightarrow \boxed{y^{-1} = \sqrt[3]{x-2}}$$

---

۲ ← ب

$$y = x^2 - 4x + 2 \rightarrow y = x^2 - 4x + 4 - 2 \rightarrow$$

$$y = (x-2)^2 - 2 \rightarrow \left.\begin{array}{l} y = (x_1-2)^2 - 2 \\ y = (x_2-2)^2 - 2 \end{array}\right\} \rightarrow (x_1-2)^2 - 2 = (x_2-2)^2 - 2$$

$$\rightarrow x_1 - 2 = \pm(x_2 - 2)$$

$\rightarrow$ **یک به یک نیست**

---

۵ ← الف

$$y = \frac{3x+1}{x-2} \xrightarrow[\text{هموگرافیک}]{\text{تابع}}$$ تابع یک به یک است

(۲)

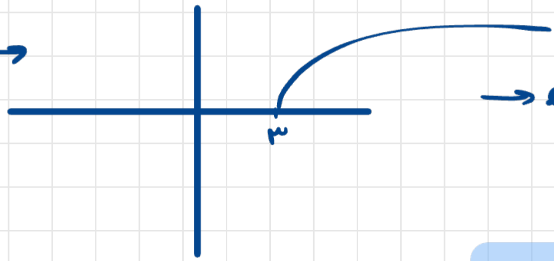
$$yx - 2y = 3x + 1 \rightarrow x(y-3) = 2y + 1 \rightarrow$$

$$x = \frac{2y+1}{y-3} \rightarrow \boxed{y^{-1} = \frac{2x+1}{x-3}}$$

$y = \frac{4+2x}{x+2} \rightarrow y = \frac{2(2+x)}{x+2} \rightarrow y = 2$ ۵ ← ج ←

$\rightarrow$ $\boxed{\text{یک به یک نیست}}$

$y = \sqrt{x-3} \rightarrow$



→ یک به یک است ← الف ← ۹

۳

$x = \sqrt{y-3} \rightarrow x^2 = y-3 \rightarrow x \geq 0 \rightarrow \boxed{y^{-1} = x^2+3 \ , \ x \geq 0}$

$y = x^2 - 4x + 3 \ , \ x \in [2, +\infty)$ ۹ ← ج ←

$\rightarrow y = x^2 - 4x + 3 + 1 - 1 \rightarrow y = (x-2)^2 - 1 \rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} y = (x_1 - 2)^2 - 1 \\ y = (x_2 - 2)^2 - 1 \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{است } [2,+\infty)]{\text{هر دو ضابطه}}$$ یک به یک است

$y = (x-2)^2 - 1 \rightarrow x - 2 = \pm\sqrt{y+1} \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{y+1}$

غ ق ق چون $D = [2, +\infty)$

$$\boxed{\begin{array}{l} y^{-1} = 2 + \sqrt{x+1} \\ x \geq -1 \end{array}}$$

$f(x) = x + \sqrt{x} \to (0, +\infty)$ ۷ ←

②

$x = y + \underset{t}{\underbrace{\sqrt{y}}} \to x = t^2 + t \to t^2 + t - x = 0$

$\to \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+4x}}{2} \xrightarrow{(0,+\infty)} \dfrac{-1+\sqrt{1+4x}}{2} \xrightarrow{y=t^2} \left(\dfrac{-1+\sqrt{1+4x}}{2}\right)^2$

$\to \dfrac{1 + 1 + 4x - 2\sqrt{1+4x}}{4} = \dfrac{2x}{2} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{1+4x}}{2}$

$x + \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{1+4x}}{2} \to a = 1, \; b = \dfrac{1}{2}, \; c = -\dfrac{1}{4}$

$-\sqrt{\dfrac{1+4x}{4}} = -\sqrt{\dfrac{1}{4} + x}$

$a + 2b + 4c = 1 + 1 - 1 = \boxed{1}$

$y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-2}} \to y_1 = y_2 \xrightarrow{\text{۲ طرف به توان ۲}}$ ۸ ←

②

$\dfrac{x_1^2}{x_1^2 - 2} = \dfrac{x_2^2}{x_2^2 - 2} \to x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 2x_2^2$

$\to x_2^2 = x_1^2 \to x_1 = \pm x_2 \longrightarrow$ ۲ طرف هم علامت اند

به توان ۲ رساندیم این خطر بوجود آمده $\leftarrow x_1 = x_2 \leftarrow$ قطعاً یک به یک است

$$x = \frac{y}{\sqrt{y^2-4}} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-4} \rightarrow$$

$$x^2y^2 - 4x^2 = y^2 \rightarrow y^2(x^2-1) = 4x^2 \rightarrow \boxed{y = \frac{x\sqrt{4}}{\sqrt{x^2-1}}}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \qquad g^{-1}\left(\frac{-4}{5}\right) + f\left(\frac{-4}{5}\right) \leftarrow 9$$

$$g(x) = \sqrt{x} - 1$$

$$f^{-1}(x) \longrightarrow f(x) \Longrightarrow \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ 1-x & x < 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$x \geq 0 \rightarrow y = \frac{x}{1+x} \rightarrow y(1+x) = x \rightarrow y + xy = x$$

$$x = \frac{y}{1-y} \rightarrow y = \frac{x}{1-x} \quad x \geq 0$$

$$x < 0 \rightarrow y = \frac{x}{1-x} \rightarrow y(1-x) = x \rightarrow y - yx = x$$

$$\rightarrow x = \frac{y}{1+y} \rightarrow y = \frac{x}{1+x} \quad x < 0$$

$g^{-1}(x) \longrightarrow \sqrt{x}-1=y \rightarrow y+1=\sqrt{x} \rightarrow$

$(y+1)^۲=x \rightarrow y=(x+1)^۲=g^{-1}(x)$

$\longrightarrow f(-\frac{۲}{۵})+g^{-1}(-\frac{۲}{۵}) \rightarrow \dfrac{-\frac{۲}{\cancel{۵}}}{\underbrace{1-\frac{۲}{۵}}_{\frac{۳}{\cancel{۵}}}}+(\underbrace{-\frac{۲}{۵}+1}_{\frac{۳}{۵}})^۲$

$-\frac{۲}{۳}+\frac{۹}{۲۵}=\frac{-۵۰+۲۷}{۷۵}=\boxed{-\frac{۲۳}{۷۵}}$

$f^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-1} \rightarrow f(x)= \longrightarrow$ $\leftarrow$ ۱۰

$y=\sqrt[۳]{x-1} \rightarrow y^۳=x-1 \rightarrow x^۳=y-1 \rightarrow$

$y=x^۳+1 \rightarrow f(x)=x^۳+1$

$g^{-1}(۱۲) \longrightarrow g(x)=۱۲ \rightarrow ۱۲=x^۳+1+\underbrace{\sqrt{x^۳+1}}_{t}$

$۱۲=t^۲+t \rightarrow t^۲+t-۱۲=0 \rightarrow t=۳\,,\,-۴ \rightarrow$

$t=\sqrt{x^۳+1} \xrightarrow[\cancel{-۴}]{t\ \text{جذر}} ۳=\sqrt{x^۳+1} \rightarrow x=۲$

$\boxed{g^{-1}(۱۲) = ۲}$