سارا سامانی تکلیف ۱۰ یازدهم رضتر A

۱-

الف) $\{(3,2),(3,x^2-x)\} \Rightarrow x^2-x=2 \quad x^2-x-2=0 \to x=2,\ x=-1$ غ ق ق

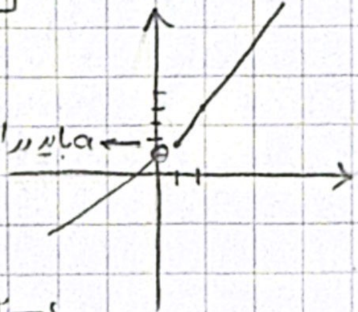
ب) $\{(m,3),(2,3)\} \Rightarrow m=2 \quad \{(a,(\cancel{2-1})),(-1,1)\} \Rightarrow a=-1$

$\{((\cancel{-1+2}),n),(1,2)\} \Rightarrow \boxed{n=2}$

۲-

$$f(x)=\begin{cases} 3x-1 \ ; & x\geq 1 \\ x+a \ ; & x<1 \end{cases}$$

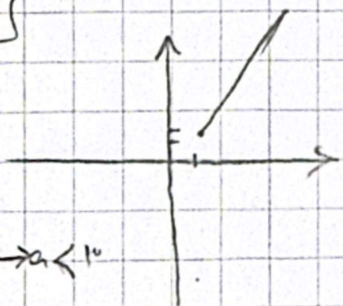
a ← باید در این محدوده باشد



$x+a < 1+a \to 1+a \leq 2 \Rightarrow \boxed{a\leq 1}$

۳-

$$f(x)=\begin{cases} 3x-1 \ ; & x\geq 1 \\ ax+a-1 \ ; & x\leq 0 \end{cases}$$

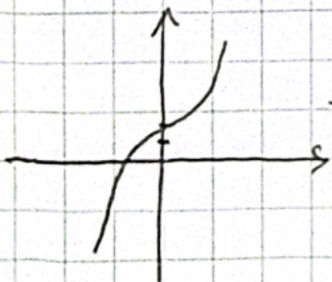


$ax+a-1 \leq a-1 \to a-1 \leq 2 \to a\leq 3$

$a>0 \xrightarrow{\text{تابع یک به یک}}$ $\boxed{0<a\leq 3}$

۴-

الف) $y=x^3+2$



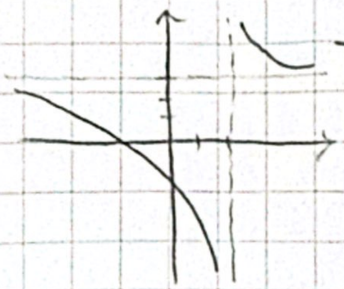
→ یک به یک است

معکوس: $x=y^3+2 \to y^3=x-2 \to$

$\boxed{y^{-1}=\sqrt[3]{x-2}}$

ب) سهمی است و یک به یک نیست

د -



→ یک به یک است

الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$

معکوس $= x=\frac{3y+1}{y-2}$

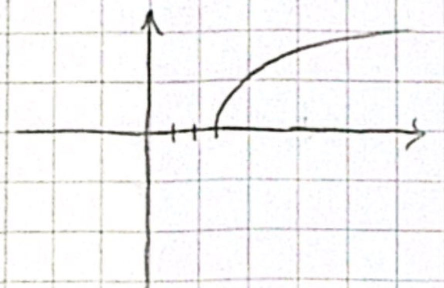
$yx-2x=3y+1 \to$

$yx-3y=2x+1 \to y(x-3)=2x+1$

$\boxed{y^{-1}=\frac{2x+1}{x-3}}$

ب) $y=\frac{4+2x}{x+2} \longrightarrow$ تابع ثابت $y=\{2\} \longrightarrow$ یک به یک نیست

۶- الف)



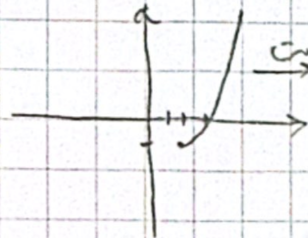
→ یک به یک است

معکوس $= x=\sqrt{y-3} \to$

$x^2=y-3 \to \boxed{y^{-1}=x^2+3}$

ب) $y=x^2-4x+3$

$\hookrightarrow (x-2)^2-1$



→ یک به یک است

معکوس $\to x=(y-2)^2-1 \to$

$x-1=(y-2)^2 \to \sqrt{x-1}=y-2 \to$

$\boxed{y^{-1}=2+\sqrt{x+1}}$

$f(x)=x+\sqrt{x} \longrightarrow f^{-1}(x)=y+\sqrt{y} \longrightarrow x=t^2+t \longrightarrow t^2+t-x=0$

$\sqrt{y}=t$

$\longrightarrow \frac{-1\pm\sqrt{1+4x}}{2} \xrightarrow[y=t^2]{(0,+\infty)} \left(\frac{-1+\sqrt{1+4x}}{2}\right)^2 \longrightarrow$

$\frac{1+1+4x-2\sqrt{1+4x}}{4}=\frac{2x}{2}+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{1+4x}}{2}$

$x+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{1+4x}}{2} \longrightarrow a=1,\ b=\frac{1}{2},\ c=-\frac{1}{4}$

$a+2b+4c=1+1-1=\boxed{1}$

Date:

-۸

$$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \longrightarrow y=\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}$$

$$y=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}}$$

$$\xRightarrow{y_1=y_2} \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_1^2x_2^2-2x_2^2 \Rightarrow x_1^2=x_2^2 \Rightarrow x_1=\pm x_2 \longrightarrow$ x دو هم علامت اند

و همزمان نمی توانند ۲ تا x مختلف العلامت داشته باشند $\Rightarrow x_1=x_2 \longrightarrow$ تابع یک به یک

$$x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \longrightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2} \Rightarrow x^2y^2-2x^2=y^2 \Rightarrow (x^2-1)y^2=2x^2$$

$$\Rightarrow y^2=\frac{2x^2}{x^2-1} \Rightarrow y=\pm\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}} \xrightarrow{\text{x و y هم علامت}} y=\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}}$$

-۹

$$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|} \qquad g(x)=\sqrt{x}-1$$

$$x=\frac{y}{1+|y|} \Rightarrow x+|y|x=y \Rightarrow y-|y|x=x \xrightarrow{y\geq 0} y-yx=x$$

$$y(1-x)=x$$

$$y=\frac{x}{1-x}$$

$$\xrightarrow{y<0} y+yx=x \Rightarrow x=y(x+1) \Rightarrow y=\frac{x}{x+1}$$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1-x} & x\geq 0\\[2mm] \dfrac{x}{x+1} & x<0\end{cases} \Rightarrow f\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{2}{5}+1}=-\frac{2}{3}$$

$$g^{-1}(x)=(x+1)^2 \Rightarrow g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25} \qquad \boxed{-\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=-\frac{23}{75}}$$

-۱۰

$$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \xrightarrow{f(x)} y=\sqrt[3]{x-1} \longrightarrow y^3=x-1 \longrightarrow x^3=y-1$$

$$y=x^3+1 \longrightarrow f(x)=x^3+1 \qquad g^{-1}(12) \Rightarrow g(x)=12 \longrightarrow 12=x^3+1+\underbrace{\sqrt{x^3+1}}_{t}$$

$12=t^2+t \longrightarrow t^2+t-12=0 \longrightarrow t=3$

$\searrow t=-4$ غ ق ق

$$3=\sqrt{x^3+1} \longrightarrow x=2$$

$$\boxed{g^{-1}(12)=2}$$