Date:

۲۰

سارا سامانی   تکلیف ۱۰   یازدهم ریاضی ۸

۱-

۲

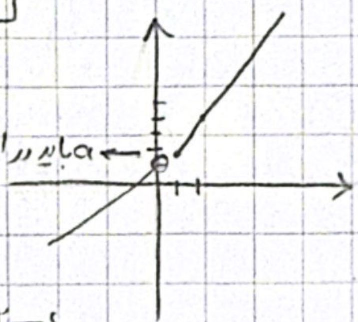
الف) $\{(3,2),(3,n^2-n)\} \Rightarrow n^2-n=2 \quad n^2-n-2=0 \to n=2 \;,\; n=-1$ غ‌ق‌ق

ب) $\{(a,(2,1)),(-1,1)\} \Rightarrow a=-1 \quad \{(m,3),(2,3)\} \Rightarrow m=2$

$\{((-1+2),n),(1,2)\} \Rightarrow \boxed{n=2}$

۲-

۲



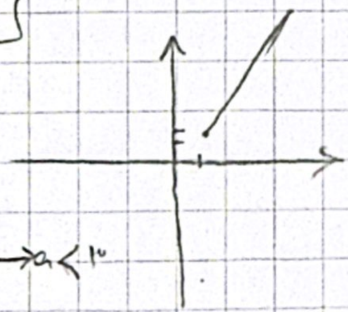
$f(x)=\begin{cases} 3x-1 & ; x\geq 1 \\ x+a & ; x<1 \end{cases}$

a باید در این محدوده باشد

$x+a<1+a \to 1+a\leq 2 \Rightarrow \boxed{a\leq 1}$

۳-

۲



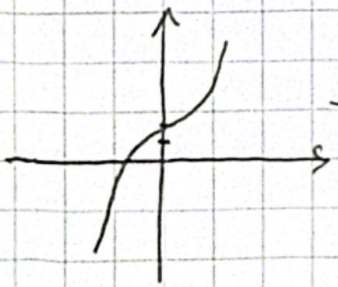
$f(x)=\begin{cases} 3x-1 & ; x\geq 1 \\ ax+a-1 & ; x\leq 0 \end{cases}$

$ax+a-1<a-1 \to a-1\leq 2 \to a\leq 3$

$a>0 \to$ تابع یک به یک $\boxed{0<a\leq 3}$

۴-

الف)



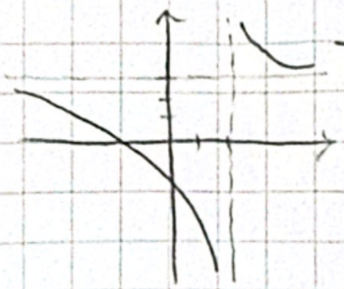
$y=x^3+2$ یک به یک است

معکوس: $x=y^3+2 \to y^3=x-2 \to \boxed{y^{-1}=\sqrt[3]{x-2}}$

۲

ب) سهمی است و یک به یک نیست

۵- یک به یک است →



الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$

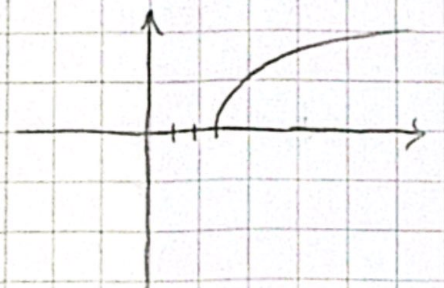
معکوس $= x = \frac{3y+1}{y-2}$

$yx-2x=3y+1 \to$

$yx-3y=2x+1 \to y(x-3)=2x+1$

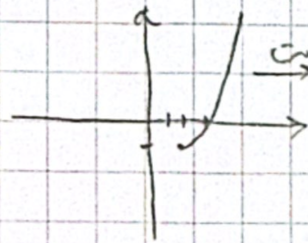
$\boxed{y^{-1}=\frac{2x+1}{x-3}}$

ب) $y=\frac{4+2x}{x+2} \longrightarrow$ تابع ثابت $y=\{2\} \longrightarrow$ یک به یک نیست



۶- الف) یک به یک است ← معکوس $= x=\sqrt{y-3} \to$

$x^2=y-3 \to \boxed{y^{-1}=x^2+3}$



ب) یک به یک است ←

$y=x^2-4x+3$

$\hookrightarrow (x-2)^2-1$

معکوس $\to x=(y-2)^2-1 \to$

$x-1=(y-2)^2 \to \sqrt{x-1}=y-2 \to$

$\boxed{y^{-1}=2+\sqrt{x+1}}$

۷- $f(x)=x+\sqrt{x} \longrightarrow f^{-1}(x)=y+\sqrt{y} \to x=t^2+t \to t^2+t-x=0$

$\sqrt{y}=t \longrightarrow \frac{-1\pm\sqrt{1+4x}}{2} \xrightarrow[y=t^2]{(0,+\infty)} \left(\frac{-1+\sqrt{1+4x}}{2}\right)^2 \longrightarrow$

$\frac{1+1+4x-2\sqrt{1+4x}}{4}=\frac{4x}{4}+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{1+4x}}{2}$

$x+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{1+4x}}{2} \longrightarrow a=1,\ b=\frac{1}{2},\ c=-\frac{1}{4}$

$a+2b+4c=1+1-1=\boxed{1}$

Date:

۸ -

$$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \longrightarrow \left.\begin{aligned} y&=\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} \\ y&=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \end{aligned}\right\} \underset{y_1=y_2}{\Longrightarrow} \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

۲

$$x_1^2x_2^2-2x_1^2=x_1^2x_2^2-2x_2^2 \Longrightarrow x_1^2=x_2^2 \Longrightarrow x_1=\pm x_2 \longrightarrow$$ x دو هم علامت اند

ان همزمان حتی توان ۲ اما x مختلف العلامت داشته باشد $\Longrightarrow x_1=x_2 \longrightarrow$ تابع یک به یک

$$x=\frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \longrightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-2} \Longrightarrow x^2y^2-2x^2=y^2 \Longrightarrow (x^2-1)y^2=2x^2$$

$$\Longrightarrow y^2=\frac{2x^2}{x^2-1} \Longrightarrow y=\pm\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}} \xrightarrow{\text{x و y هم علامت}} y=\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-1}}$$

۹ -

$$f^{-1}(x)=\frac{x}{1+|x|} \qquad g(x)=\sqrt{x}-1$$

$$x=\frac{y}{1+|y|} \Longrightarrow x+|y|x=y \Longrightarrow y-|y|x=x \xrightarrow{y\geq 0} y-yx=x$$

$$y(1-x)=x \qquad y=\frac{x}{1-x}$$

$$\xrightarrow{y<0} y+yx=x \Longrightarrow x=y(x+1) \Longrightarrow y=\frac{x}{x+1}$$

۲

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1-x} & x\geq 0\\[2mm] \dfrac{x}{x+1} & x<0\end{cases} \Longrightarrow f\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{-\frac{2}{5}}{-\frac{2}{5}+1}=-\frac{2}{3}$$

$$g^{-1}(x)=(x+1)^2 \longrightarrow g^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25} \qquad -\frac{2}{3}+\frac{9}{25}=-\frac{23}{75}$$

$$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-1} \xrightarrow{f(x)} y=\sqrt[3]{x-1} \longrightarrow y^3=x-1 \longrightarrow x^3=y-1$$ ۱۰ -

$$y=x^3+1 \longrightarrow f(x)=x^3+1 \qquad g^{-1}(12) \Longrightarrow g(x)=12 \longrightarrow 12=x^3+1+\underbrace{\sqrt{x^3+1}}_{t}$$

۲

$$12=t^2+t \longrightarrow t^2+t-12=0 \longrightarrow t=3$$
$$\searrow t=-4 \text{ غ ق ق}$$

$$3=\sqrt{x^3+1} \longrightarrow x=2$$

$$g^{-1}(12)=2$$