۱۴,۲۵

/ /

احمد مارانی

۱- $A\times B \to \{(۱,۲)(۱,۴)(۲,۲)(۲,۴)(۴,۲)(۴,۴)\}$

$B^۲ = B\times B \to \{(۲,۲),(۴,۴);(۲,۴),(۴,۲)\}$

$A\times B - B^۲ \to \{(۱,۲),(۱,۴)\}$ ✓ ②

۲- الف) $m^۲ = m+۲ \to m^۲ - m - ۲ = ۰$

$(m-۲)\times(m+۱) = ۰ \to m = ۲$ یا $-۱ \to ۲ \neq m$ بدلیل وجود $(m,۴)$ ✓

→ تابع نیست: $\{(۳,۱),(۲,۱),(-۳,-۱),(-۲,-۱),(-۱,۴)\}$ ۱,۲۵

ب) $m^۲ = m+۲ \to m^۲ - m - ۲ = ۰ \to m = ۲$ یا -۱

تابعی وجود ندارد   بدلیل وجود $(m,۴)$ $۲ \neq m$

→ تابع نیست: $\{(۳,۱),(۲,۱),(-۱,۴),(-۲,-۱),(-۱,۳)\}$

۳- یک در دامنه‌ی ۲ و ۲ معادله اول مشترک است → $۱-۱ = a+b$

$۴-۱ = ۲a+b$ $۸ = ۲a+b$

$a+b = ۰ \to a = ۳ , b = -۳$ $a = ۸$ $b = -۸$

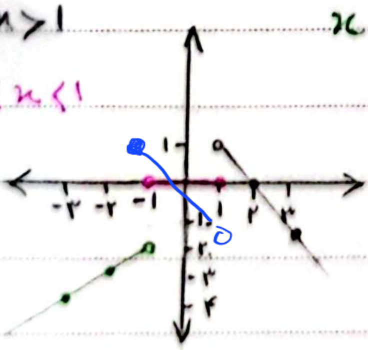
$۲a+b = ۳$

$a\times b = ۳\times(-۳) = -۹$ ٫۵

۴- $۲x - ۳ = ۴ - ۳x \to ۵x = ۷ \to x = \frac{۷}{۵} = ۱٫۴$ ②

۵- $-x+۲$ if $x>۱$ $x-۱$ if $x<-۱$

$-x$ if $-۱ \leq x < ۱$



$D = \mathbb{R} - \{۱\}$

$R = \mathbb{R} - \{۱, -۲\}$

$R_f = (-\infty, ۱]$ ①

/ /

احمد مارانی

۶ـ الف) $2y^3+x^2+1=0 \rightarrow 2y^3=-x^2-1$ ← توصیف ریاضی

$y=\sqrt[3]{\frac{-x^2-1}{2}} \longrightarrow$ از آنجایی‌که به‌ازای هر x فقط یک y داریم ← «تابع است»

ب) $x^2+4y^2-2x-12y+10=0 \rightarrow$ توصیف ریاضی

$x^2-2x+1+4y^2-12y+9=0$

$(x-1)^2+(2y-3)^2=0$

۲

جمله‌ها مثبت‌اند پس باید صفر باشند $\rightarrow x-1=0 \qquad 2y-3=0$

$x=1 \qquad y=\frac{3}{2}=1.5 \Rightarrow$ «تابع است»

۷ـ الف) $x\sin y=y\sin x \longrightarrow$ مثال نقض

$x=0 \longrightarrow$ بیش از یک مقدار y معادله را برقرار می‌کند } تابع نیست!

۱

ج) $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=2 \longrightarrow$ مثال نقض

x را یک فرض می‌کنیم $\longrightarrow \frac{\sqrt{y}}{y}+\sqrt{y}=2$ ← فرجه‌ی رادیکال‌ها زوج است ممکن است ۲ جواب متفاوت برای y باشد

تابع است

«تابع نیست»

۸ـ الف) $y=\sqrt{\frac{x-1}{x-3}}+\sqrt{\frac{2-x}{x}}$

$\sqrt{\frac{x-1}{x-3}} \rightarrow$

x		1		3	
	+	○	−		+
	ج.	ج.		غ‌ق	ج.

$\sqrt{\frac{2-x}{x}}$

		0		2	
	−		+		−
		غ‌ق	ج.	ج.	

$D=(-\infty,1]\cup(3,+\infty)\cup(0,2]$

$=\mathbb{R}-\{3,0\}$ $\qquad x\in(0,1]$

۰٫۷۵

/ /

احمدرضا رنی

۸ ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y-۱}=\sqrt{۳}$

$\sqrt{x} \to x \geq ۰$

$\sqrt{۳}-\sqrt{x} \geq ۰ \to x \leq ۳ \Rightarrow ۰ \leq x \leq ۳$

$\sqrt{y-۱}=\sqrt{۳}-\sqrt{x} \to y-۱=۳+x-۲\sqrt{۳x}$

$y=x+۴-۲\sqrt{۳x}$

$① \; x \geq ۰$

$①\cup② \to x \geq \dfrac{۳-۶\sqrt{۳}}{۱۱} \approx ۰/۷$

$۳+x-۲\sqrt{۳x} \geq ۰ \to x-۲\sqrt{۳x} \geq -۳$

$x(۱-۲\sqrt{۳}) \geq -۳$

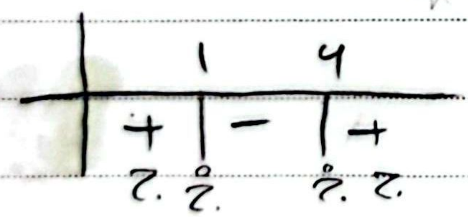
$x \geq \dfrac{-۳}{۱-۲\sqrt{۳}} \to x \geq \dfrac{-۳+۶\sqrt{۳}}{۱-۱۲} = x \geq \overset{②}{\dfrac{۳-۶\sqrt{۳}}{۱۱}}$

$D \Rightarrow ②\cap① \to x \leq \dfrac{۱۶}{۹}$

۹ الف) $y=\dfrac{\sqrt{x^۲-۷x+۶}}{\sqrt{x-۱۰x+۱۶}} \to x^۲-۷x+۶ \geq ۰$

$(x-۶)(x-۱) \geq ۰$

$\hookrightarrow \overset{①}{x}=(-\infty,۱]\cup[۶,+\infty)$

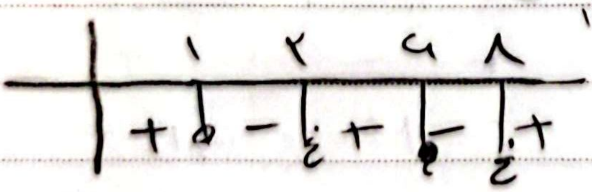


$x-۱۰x+۱۶ \geq ۰$

$x \leq \overset{②}{\dfrac{۱۶}{۹}}$

$x \leq ۱$

ب) $\sqrt{\dfrac{x^۲-۷x+۶}{x^۲-۱۰x+۱۶}} \to \sqrt{\dfrac{(x-۶)(x-۱)}{(x-۸)(x-۲)}}$



$D=(-\infty,۱]\cup(۲,۶]\cup(۸,+\infty)$

۱/۷۵

/ /

اصغرهارانی

۱۵ـ الف) $\frac{\sqrt{2x^2-5x+3}}{\sqrt{3x^2-7x+4}}$

$2x^2-5x+3\geq0 \longrightarrow \Delta=(-5)^2-4(2\times3)=25-24=1$

$x=\frac{5\pm1}{2\times2}\longrightarrow x=1$ یا $x=\frac{3}{2}$

[illegible] ① $x\leq1$ یا $x\geq\frac{3}{2}$

$3x^2-7x+4 \longrightarrow \Delta=(-7)^2-4(3\times4)=49-48=1$

$x=\frac{7\pm1}{2\times3}\longrightarrow x=1$ یا $x=\frac{4}{3}$ ② $x<1$ یا $x>\frac{4}{3}$ ✓

① $\cap$ ② $\longrightarrow(-\infty,1)\cup[\frac{3}{2},+\infty)$

۲

ب) $\sqrt{\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}}$ $\begin{matrix}\longrightarrow(2x-3)(x-1)\\ \longrightarrow(3x-4)(x-1)\end{matrix}$

$3x^2-7x+4\neq0$

	1^*		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$	
+		+		−		+
	غ ق					

$D=(-\infty,1)\cup(1,\frac{4}{3})\cup[\frac{3}{2},+\infty)$