حسنا رحیمی، پایه دهم تجربی A، ۱

۱) $A=\{1,2,3\} \rightarrow A\times B=\{(1,2)(1,3)(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$

$B=\{2,3\} \rightarrow B^2=\{(2,2)(2,3)(3,2)(3,3)\}$

$A\times B-B^2=\{(1,2)(1,3)\}$

---

۲) الف) $f(x)=\{(3,m^2)(2,1)(-3,m)(3,m+2)(m,4)\}$

$m^2=m+2 \rightarrow m^2-m-2=0 \rightarrow (m-2)(m+1)$ ← 2 ✗ چون $(2,1)$ و $(2,4)$ داریم تابع نیست

← ① که جواب درست

ب) $g(x)=\{(3,m^2)(2,1)(m,4)(3,m+2)(-2,m)(-1,3)\}$

$m^2=m+2 \rightarrow m^2-m-2$ ← (-1) با $(-1,3)$ به مشکل می‌خوره

← 2 مثل قبلی، با $(2,1)$ به مشکل می‌خوره.

→ به ازای هیچ مقداری از m، تابع نمی‌شه.

---

۳) $$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & ; x\leq 1 \\ ax+b & ; 1\leq x\leq 2 \\ x^3 & ; x\geq 2 \end{cases}$$

$\xrightarrow{x=1} a+b=0$

$\xrightarrow{x=2} 2a+b=8$

$\boxed{a=8\,,\ b=-8 \rightarrow ab=-64}$

---

۴) $$f(x)=\begin{cases} 2x-3 & x\geq k \\ 4-3x & x\leq k \end{cases}$$

$\xrightarrow{x=k} 2k-3=4-3k \rightarrow \boxed{k=\frac{7}{5}}$

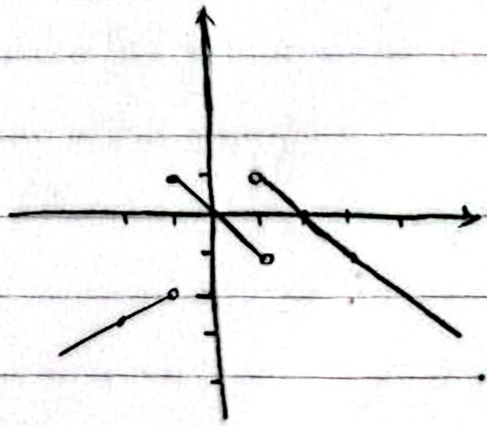
---

۵) F

$$f(x)=\begin{cases} -x+2 & ; x>1 \\ -x & ; -1\leq x<1 \\ x-1 & ; x<-1 \end{cases}$$

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

$R_f=(-\infty,1]$



۶) الف) $۲y^۳+x^۲+۱=۰ \to ۲y^۳=-x^۲-۱$

تعریف تابع: $۲y_۱^۳=-x^۲-۱$

$۲y_۲^۳=-x^۲-۱ \to ۲y_۱^۳=۲y_۲^۳ \to y_۱^۳=y_۲^۳ \Rightarrow y_۱=y_۲$ ✓ تابعه

ب) $x^۲+۴y^۲-۲x-۱۲y+\overset{۱\ \ ۹}{۱۰}=۰ \to x^۲-۲x+۱+۴y^۲-۱۲y+۹=\underbrace{(x-۱)^۲+(۲y-۳)^۲}_{\text{هر دو صفرن (دو تا نامنفی حاصلش شده صفر)}}=۰$

$x=۱,\ y=۳/۲$ ✓ تابعه

۷) الف) $x\sin y=y\sin x \xrightarrow{x=\pi} \pi\times\sin y=۰ \Rightarrow y=$ مضربی از π $(k\pi)$

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=۲$

$=\frac{x+y}{\sqrt{xy}}=۲ \to x+y=۲\sqrt{xy} \to x+y-۲\sqrt{xy}=۰$

$(-\sqrt{x}+\sqrt{y})^۲=۰ \to \sqrt{x}=\sqrt{y} \to x=y$

تابعه ✓

۸) الف) $\sqrt{\frac{x-۱}{x-۳}}+\sqrt{\frac{۲-x}{x}}$ ★

$\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ + & ۰ & - & \nexists & + \end{array}$

$\frac{x-۱}{x-۳}\geq۰ \longrightarrow (-\infty,۱]\cup(۳,+\infty)$

$x\neq۳$

$\begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۲ & \\ - & \nexists & + & ۰ & - \end{array}$

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f=(۰,۱]$

★ : $\frac{۲-x}{x}\geq۰ \longrightarrow (۰,۲]$

$x\neq۰$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y-۱}=\sqrt{۳} \to \sqrt{۳}-\sqrt{x}=\sqrt{y-۱}$

$x \geqslant ۰$ $\qquad$ $y-۱ \geqslant ۰ \Rightarrow \sqrt{۳}-\sqrt{x} \geqslant ۰ \to \sqrt{۳} \geqslant \sqrt{x}$

$D_f=[۰,۳] \qquad x \geqslant ۳$

---

۱۹ الف) $y=\dfrac{\sqrt{x^۲-۷x+۶}}{\sqrt{x-۱۰x+۱۶}}$ $\to (x-۱)(x-۶)$

$\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۶ & \\ \hline + & \bullet & - & \bullet & + \end{array}$

$(-\infty,۱] \cup [۶,+\infty)$ $\xrightarrow{\text{اشتراک}}$ $(-\infty,۱]$

$\to -۹x+۱۶$ $\qquad \begin{array}{ccc} & ۱۶/۹ & \\ \hline + & \circ & - \end{array}$ $\quad (-\infty,۱۶/۹]$

ب) $\sqrt{\dfrac{x^۲-۷x+۶}{x^۲-۱۰x+۱۶}} \to (-\infty,۱] \cup [۶,+\infty)$ $\qquad$ کل کسر $\geqslant ۰$ *

$\begin{array}{ccccccccc} & ۱ & & ۲ & & ۶ & & ۸ & \\ \hline + & \bullet & - & \circ & + & \bullet & - & \circ & + \end{array}$

$(x-۲)(x-۸)$

$D_f=(-\infty,۱] \cup (۲,۶] \cup (۸,+\infty)$

---

۱۰) $\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳/۲ & \\ \hline + & \bullet & - & \bullet & + \end{array}$ $\quad (-\infty,۱] \cup [۳/۲,+\infty)$

الف) $\dfrac{\sqrt{۲x^۲-۵x+۳}}{\sqrt{۳x^۲-۷x+۴}}$ $\quad ۱ \quad ۳/۲$

$۴/۳ \quad ۱$ $\qquad \begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۴/۳ & \\ \hline + & \circ & - & \circ & + \end{array}$ $\quad (-\infty,۱) \cup (۴/۳,+\infty)$

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} (-\infty,۱) \cup [۳/۲,+\infty)$

ب) $\sqrt{\dfrac{۲x^۲-۵x+۳}{۳x^۲-۷x+٤}}$ $\longrightarrow$ کل کسر $\geqslant ۰$

مضاعف

$\begin{array}{ccccccc} & \overset{*}{۱} & & ۴/۳ & & ۳/۲ & \\ \hline + & \circ & + & \circ & - & \bullet & + \end{array}$

$(-\infty,۴/۳) \cup [۳/۲,+\infty)-\{۱\}$