درسا صادقی — تکلیف شماره ۱ — یازدهم دختران A

سوال ۱)

$$A\times B - B^2 = \{(1,2),(1,4)\}$$

$$A\times B = \{(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$$

$$B^2 = \{(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$$

سوال ۲)

الف) $\{(2,m^2),(2,1),(-2,m),(-2,4),(3,m+2),(m,4)\}$

$m^2 = m+2 \longrightarrow m^2-m-2=0 \longrightarrow (m-2)(m+1)=0$

$m=2,-1$

$m=-1$

$m=2$ غیرقابل قبول است چون $(2,1)$ دوزوج می‌شود و تابع نیست $(m,4)$, $(2,1)$

ب) $\{(2,m^2),(2,1),(m,4),(3,m+2),(-2,m),(-1,4)\}$

$m^2 = m+2 \longrightarrow m^2-m-2=0 \longrightarrow (m-2)(m+1)=0 \longrightarrow m=2,-1$

$m=-1$

$m=2$ غیرقابل قبول می‌شود چون $(2,1),(2,4)$ متشابه می‌شود و تابع محسوب نمی‌شود

سوال ۳)

$$x=1 \begin{cases} x^2-1 \\ ax+b \end{cases} \longrightarrow 0 = a+b$$

$$x=2 \begin{cases} x^3 \\ ax+b \end{cases} \longrightarrow 8 = 2a+b$$

$$a+b=0$$
$$-\ 2a+b=8$$

$$a=8 \longrightarrow b=-8$$

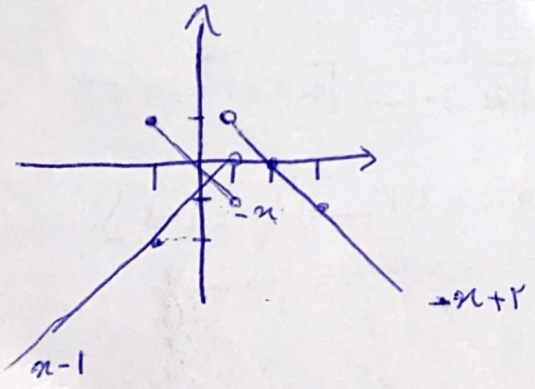
$$a\times b = 8\times -8 = -64$$

سوال ۴)

$$2x-3 = 6-3x$$

$$5x=9 \longrightarrow x=\frac{9}{5} \longrightarrow k=\frac{9}{5}$$

سوال ۵)



$D_f = R-\{1\}$

$R_f = (-\infty, 1]$

سوال ۶)

الف) $2y^3 + x^2 + 1 = 0$

$2y^3 = -x^2 - 1 \longrightarrow y^3 = \frac{-x^2-1}{2} \longrightarrow y = \sqrt[3]{\frac{-x^2-1}{2}}$ ← یک ضابطه دارد

تابع هست

ب) $x^2 + 4y^2 - 2x - 12y + 10 = 0$

$(x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$ ← هردو باید صفر شوند

$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

$2y - 3 = 0 \rightarrow 2y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2}$

فقط در نقطه $(1, \frac{3}{2})$ است و تابع هست

سوال ۷)

الف) $x \sin y = y \sin x$ ← تابع نیست ← مثال نقض برای یک x دو مقدار می‌گوید تعیین کند

$\sin 30^\circ = \sin 150^\circ$

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$ ← تابع هست زیرهردو رادیکال مثبت می‌شود و $y = x$ می‌شود

سوال ۸)

الف) $\sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$

$\frac{x-1}{x-3} \geq 0$ ← $x = 1$ ← $x = 3$

صورت صفر شود / مخرج صفر نشود

$2 - x = 0 \rightarrow x = 2$

$\frac{2-x}{x} \geq 0$ ← صورت صفر شود / مخرج صفر نشود

	1	3	
	+	−	+

$D_I = (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$ (I)

	0	2	
	−	+	−

$D_{II} = (0, 2]$ (II)

(I, II) → $D_I \cap D_{II} \rightarrow D_f = (0, 1]$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{2}$

$x \geq 0$

$y - 1 \geq 0 \rightarrow y \geq 1$

$\sqrt{y-1} = \sqrt{2} - \sqrt{x}$

$\sqrt{2} - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x} \leq \sqrt{2} \rightarrow x \leq 2$

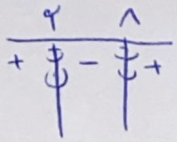
$0 \leq x \leq 2 \longrightarrow D_f = [0, 2]$

شماره ۹)

الف) $\frac{\sqrt{x^2-7x+6}}{\sqrt{x^2-10x+16}}$

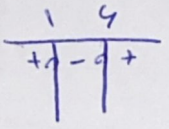
مخرج نباید باشد

$x^2-10x+16>0$
$(x-2)(x-8)=0$
$x=2,8$

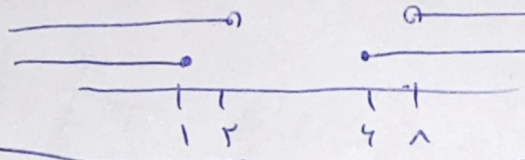


$D_1=(-\infty,2)\cup(8,+\infty)$

$x^2-7x+6\geq 0$
$(x-6)(x-1)=0$
$x=6,1$



$D_2=(-\infty,1]\cup[6,+\infty)$

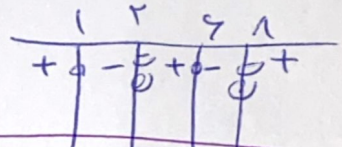


$D_f=D_1\cap D_2=(-\infty,1]\cup(8,+\infty)$

ب) $\sqrt{\frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}}=\frac{x^2-7x+6}{x^2-10x+16}\geq 0$

$x=1,6$

$x=2,8$

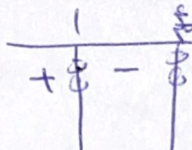


$D_f=(-\infty,1]\cup(2,6]\cup(8,+\infty)$

شماره ۱۰)

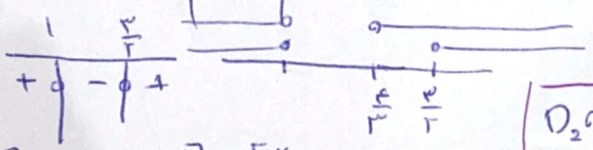
الف) $\frac{\sqrt{2x^2-5x+2}}{\sqrt{3x^2-7x+4}}$

$2x^2-5x+2>0$
$x=1,\frac{1}{2}$



$D_1=(-\infty,\frac{1}{2})\cup(1,+\infty)$

$3x^2-7x+4\neq 0$
$x=1,\frac{4}{3}$



$D_2=(-\infty,1]\cup[\frac{4}{3},+\infty)$

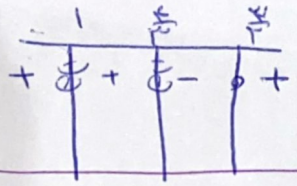
$D_f=D_1\cap D_2=(-\infty,\frac{1}{2})\cup[\frac{4}{3},+\infty)$

ب) $\sqrt{\frac{2x^2-5x+2}{3x^2-7x+4}}$

$\frac{2x^2-5x+2}{3x^2-7x+4}\geq 0$

$x=\frac{1}{2},1$

$x=\frac{4}{3}$



$D_f=(-\infty,\frac{1}{2})\cup(1,\frac{4}{3})\cup[\frac{4}{3},+\infty)$