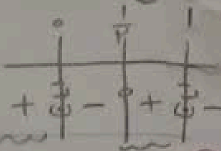
Year Month Date ( )

Subject

« یازدهم دختر A » « تکلیف تابستانه » [illegible] :

①

الف) $\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \Rightarrow \frac{\overset{x^2-2x+1}{(x-1)^2}-x^2}{x(x-1)}\geq 0 \Rightarrow \frac{-2\overset{\frac{1}{2}}{x}+1}{\underset{0\ \ \ 1}{x(x-1)}}$



$D_f=(-\infty,0)\cup[\frac{1}{2},1)$

ب) I) $\frac{x-2x-2}{x(x+1)} \Rightarrow x(x+1)\neq 0 \Rightarrow x\neq\{0,-1\}$

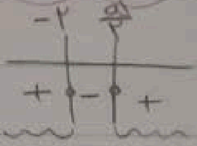
II) $\frac{3x+6+x-1}{(x-1)(x+2)}\neq 0 \Rightarrow \frac{4\overset{-\frac{5}{4}}{x}+5}{\underset{+1\qquad -2}{(x-1)(x+2)}} \Rightarrow x\neq\{-\frac{5}{4},1,-2\} \xrightarrow{I\cap II} D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{5}{4},-2,-1,0,1\}$

14

②

الف) $((\frac{1}{3})^x-9)(32-4^x)\geq 0$

$(\frac{1}{3})^x=9 \Rightarrow x=-2$ $4^x=2^{2x}=32 \Rightarrow x=\frac{5}{2} \Rightarrow$



$\Rightarrow D_f=(-\infty,-2]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

ب) I) $x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$ $x\in[1,+\infty)$

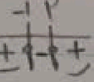
II) $(\sqrt{y+1})^2=(3-\sqrt[4]{x-1})^2 \Rightarrow y+1=9+\sqrt{x-1}-6\sqrt[4]{x-1} \Rightarrow y=\sqrt{x-1}-6\sqrt[4]{x-1}+8$

III) $3-\sqrt[4]{x-1}\geq 0 \Rightarrow \sqrt[4]{x-1}\leq 3 \Rightarrow x-1\leq 81 \rightarrow x\leq 82$

$\Rightarrow I\cap II\cap III \Rightarrow D_f=[1,82]$

③

I) $(\overset{2}{x}-2)(\overset{-1}{x}+1)>0 \Rightarrow$



$\Rightarrow x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

II) $x^2-1\geq 0 \Rightarrow x^2\geq 1 \Rightarrow \underset{x\leq -1}{x\geq 1} \Rightarrow x\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

III) $\sqrt{x^2-1}\neq -1$ ✓ ⇒ همواره برقراره $\Rightarrow \xrightarrow{I\cap II\cap III} (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)=D_f$

④

$-x^2+ax+3\geq 0 \xrightarrow{x=-2} -4-2a+3=0 \Rightarrow a=\frac{-1}{2}$

$\Rightarrow -x^2-\frac{1}{2}x+3 \xrightarrow{x=b} -b^2-\frac{b}{2}+3=0 \Rightarrow 2b^2+b-6=0$

$b^2+b-12=0 \Rightarrow (b+4)(b-3)=0$

$a+b=\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}=\boxed{1} \leftarrow [-2,\frac{3}{2}]=[-2,b] \leftarrow$ -2 یا b $\frac{3}{2}$

⑤

$f(x)=\begin{cases}3x-2\\2x+3\end{cases}$ $x\geq 1 \rightarrow x=1 \Rightarrow 3-2-1\geq 0$ و $x=2 \Rightarrow 6-2-2\geq 0$

$x=3 \Rightarrow 9-2-3>0 \Rightarrow$ همواره برقرار

$x<1 \Rightarrow x=0 \Rightarrow 0+3-0=3$ ✓

$x=-1 \Rightarrow -2+3+1=2$ ✓ و $x=1 \Rightarrow 2+3-1=4$ ✓

$x=-2 \Rightarrow -4+3+2=1$ ✓

$x=-3 \Rightarrow -6+3+3=0$ ✓

$x=-3.5 \Rightarrow -7+3=-4$ ... <0

$x=-4 \Rightarrow -8+3+4=-1<0$

$f(x)-x\geq 0$

$\Rightarrow [-3,+\infty)=D_f$

PARDIS

⑥

$x = \sin\frac{\pi}{۳} + \cos ۲\pi = \frac{\sqrt{۳}}{۲} + ۱ = \frac{\sqrt{۳}+۲}{۲}$

$f\left(\frac{\sqrt{۳}+۲}{۲}\right) = ۲\times\left(\frac{\sqrt{۳}+۲}{۲}\right) - ۴\times\frac{\sqrt{۳}+۲}{۲} = \frac{۷+۴\sqrt{۳}-۴\sqrt{۳}-۸}{۲} = \boxed{\frac{-۱}{۲}}$

---

⑦ [illegible]

$a = ۰ \rightarrow f(۰) = -۱ \Rightarrow f(-۱) = \frac{-۱+۱}{-۱-۱} = ۰$ ص

$a = -۱ \rightsquigarrow f(-۱) = ۰ \Rightarrow f(۰) = \frac{۰+۱}{۰-۱} = -۱$ ص

$a = ۱ \rightsquigarrow f(۱) = \frac{۱+۱}{۱-۱} = \frac{۲}{۰}$ غ‌ق‌ق

$a = -۲ \rightsquigarrow f(-۲) = \frac{-۲+۱}{-۲-۱} = \frac{۱}{۳} \rightsquigarrow f(\frac{۱}{۳}) = \frac{\frac{۱}{۳}+۱}{\frac{۱}{۳}-۱} = \frac{۴}{۳}\times\frac{۳}{-۲} = -۲$

$a = ۲ \rightsquigarrow f(۲) = \frac{۲+۱}{۲-۱} = ۳ \rightsquigarrow f(۳) = \frac{۳+۱}{۳-۱} = ۲ \Rightarrow$ به ازای هر مقدار صحیح به غیر از ① عبارت برقراره.

؟

چون $x=۱$ در مخرجه $\rightsquigarrow D_f = \{a \mid a\in\mathbb{Z}, a\neq ۱\}$

---

⑧

$g(a) = \sqrt{a^۲-۱}$

$f(\sqrt{a^۲-۱}) = (\sqrt{a^۲-۱})^۲ - ۴\sqrt{a^۲-۱} = -۴ \xrightarrow{\sqrt{a^۲-۱}=k} f(k) = k^۲-۴k+۴ = ۰$

$(k-۲)^۲ = ۰ \Rightarrow k = ۲ \rightsquigarrow \sqrt{a^۲-۱} = ۲ \overset{\text{توان ۲}}{\rightsquigarrow} a^۲-۱ = ۴ \rightsquigarrow a^۲ = ۵ \Rightarrow \boxed{a = \pm\sqrt{۵}}$

---

⑨

I) $x+۳ = ۴ \Rightarrow x = ۱ \rightsquigarrow f(۴) = ۱-۵+۶ = ۲$

II) $x+۳ = -۳ \Rightarrow x = -۶ \rightsquigarrow f(-۳) = ۳۶+۳۰+۶ = ۷۲$

$\rightsquigarrow f(۴)\times f(-۳) = ۲\times۷۲ = (۱۴۴)$

---

⑩

$۴\cos^۲x + ۵\cos x = ۳/۵$

$۴\cos^۲x + ۵\cos x - ۳/۵ = ۰$

$\cos^۲x + ۵\cos x - ۱۴ = ۰ \rightsquigarrow (\cos x + ۷)(\cos x - ۲) = ۰$

$\tan^۲\frac{\pi}{۳} = (\sqrt{۳})^۲ = ③ \Leftarrow x = \frac{\pi}{۳} \Leftarrow ۲ \rightsquigarrow$ ق‌ق $\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۴} \nwarrow \cos x$

غ‌ق‌ق $-۱/۷۵ = -\frac{۷}{۴} \swarrow$

$f(x) \geq x \Rightarrow ۳x-۲ \geq x \Rightarrow ۳x - x \geq ۲$

I) $(x \geq ۱)$ (در متن سؤال ۵)

II) $۲x+۳ \geq x \Rightarrow x \geq -۳ \rightsquigarrow [-۳, ۱) \xrightarrow{I \cup II} [-۳, +\infty) = D_f$