نوید امینی - تکلیف ۹

۱

$f(x+2) \to$ اکیدا صعودی $\to f(x)$ اکیدا صعودی

$f(3-x) \geq f(x+1)$

$3-x \geq x+1 \to 2x \leq 2 \to x \leq 1$

۲

$g(x) = x^3 + x \qquad g'(x) = 3x^2 + 1 > 0 \to$ اکیدا صعودی

$h(x) = x^3 \to hog(x) = (x^3+x)^3$

اکیدا صعودی ، اکیدا صعودی ، اکیدا صعودی

$(+) \times (+) = (+)$

$fof(x) < f(x^3) \to f(x) < x^3 \to x^3 > (x^3+x)^3$

$x^3 > x^3(x^2+1)^3$

$x > 0 \to (x^2+1)^3 < 0 \to$ جواب ندارد

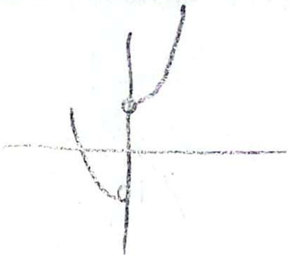
$x < 0 \to (x^2+1)^3 > 0 \to$ همواره درست

$D_f = (-\infty, 0)$

۳

$x \geq 0 \to x^3 + 1$

$x < 0 \to -x^3 - 1$

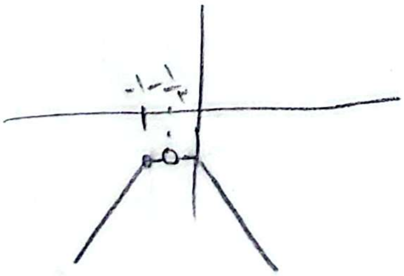


ناپیوسته

۴

	-1	0	
$\dfrac{-x+x+1}{1}$		$\dfrac{-x-x-1}{-2x-1=0}$, $x=-\frac{1}{2}$	$\dfrac{x-x-1}{-1}$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ -2x-1 & x \geq 0 \end{cases} \qquad x \neq -\frac{1}{2}$$

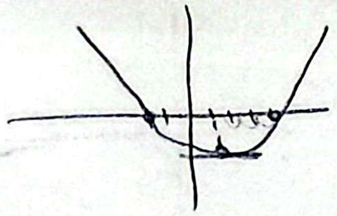


$a = -\frac{1}{2}$

⑤

$f(x) = x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2)$

$g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x \longrightarrow g \circ f(x) = y$



$x_s = 1$

$0 < x \leq 1 \to f(x) \to$ اکیدا نزولی $g \circ f \to$ اکیدا صعودی

$g(x) \to$ اکیدا نزولی

$x \geq 1$ $f(x) \to$ اکیدا صعودی $g \circ f(x) \to$ اکیدا نزولی

$g(x) \to$ اکیدا نزولی

$\to 0 < x \leq 1 \to$ اکیدا صعودی

---

⑥

الف) اکیدا صعودی ← ثابت بزرگتر باشد ← $a^2 - 3 > 1$

$a^2 > 4 \to |a| > 2 \to a > +2$

یا $a < -2$

ب) صعودی ← ثابت می تواند باشد

$a^2 - 3 = 0 \to a = \pm\sqrt{3}$

$a \in (2, +\infty) \cup (-\infty, -2) \cup \{\pm\sqrt{3}\}$

---

⑦ چون فقط یکبار شیب خط‌های مماس بر $f(x)$ موازی محور x ها شده ← $f'(x)$ یک ریشه دارد و -3 است

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$\Delta = 4a^2 - 4(3)(b) = 0 \to a^2 = 3b$

$f'(-3) = 0 \quad 27 - 6a + b = 0 \to b = 6a - 27$

$\to a^2 - 3(6a - 27) = 0$

$a^2 - 18a + 81 = 0$

$(a-9)^2 = 0 \to a = 9 \ , \ b = 27$

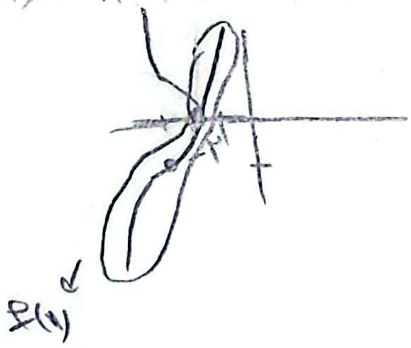
$f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + c \quad (-3, -1)$

$-\cancel{27} + \cancel{27} - 81 + c = -1 \to c = 80$

$f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + 80 + 1 - 1$

$(x+3)^3 - 1$

$|f(x)|$



$x \geq -3$

نویلمینی

$$f(x)=x+\sqrt{x}-2$$

صعودی اکیدا صعودی اکیدا → صعودی → $f(x)$ اکیدا صعودی

$$f\circ f(x)\leq f(\sqrt{x})$$

$$f(x)\leq\sqrt{x}$$

$$x+\cancel{\sqrt{x}}-2\leq\cancel{\sqrt{x}}$$

$$x\leq 2$$

$x\geq 0$ و

که زیر رادیکال

نامنفی)

$0\leq x\leq 2$

۳ عدد صحیح

---

(9)

$$\sqrt[3]{9\cos^2x-1}=t$$

$\max t=2$

$\min t=-1$

$2^{t}-2^{-t}$

$g(x)$ $h(x)$

$$R_f=[\min g(x)-\max h(x)\ ,\ \max g(x)-\min h(x)]$$

$$\left[\frac{1}{2}-2\ ,\ 4-\frac{1}{4}\right]$$

$$\left[-\frac{3}{2}\ ,\ \frac{15}{4}\right]$$

$$\frac{15}{4}+\frac{3}{2}=\frac{15+6}{4}$$

$$\frac{21}{4}$$

2^{t} → اکیدا صعودی

-2^{-t} → اکیدا صعودی → $2^{t}-2^{-t}$ اکیدا صعودی

---

(10)

$$f(x)=x-[x]+2 \qquad R_f=[2,3)$$

$$g(x)=\frac{2^{x}-2^{-x}}{2}$$

$$R_{g\circ f}=\left[\frac{2^{2}-2^{-2}}{2}\ ,\ \frac{2^{3}-2^{-3}}{2}\right)$$

$$\left[\frac{15}{8}\ ,\ \frac{63}{16}\right)$$

2^{x} → اکیدا صعودی

-2^{-x} → اکیدا صعودی → $2^{x}-2^{-x}$ → اکیدا صعودی

نوید امینی