① $f(x+۲)=\begin{cases}۳x+۵ & ; x\geq ۱\\ ۴x-۱ & ; x<۱\end{cases}$ $y=\sqrt{f(۳-x)-f(x+۱)}$ ۱۴

فاصله‌ای به دامنه نمودار [illegible]
که تابع اکیدا صعودی

$f(۳-x)\geq f(x+۱) \Longrightarrow ۳-x\geq x+۱ \Longrightarrow x\leq ۱$ ✓ $(-\infty,۱]$ $(-\infty,۱]$ ۲

---

② $f(x)=(x^۲+x)^۳$ $f\circ f(x)<f(x^۳)$ $f(x)<x^۲$ $(x^۲+x)^۲<x^۲$

$x^۲+x<x \longrightarrow x^۲<x-x \longrightarrow x^۲<0$ ~~$x<0$~~ ۲

---

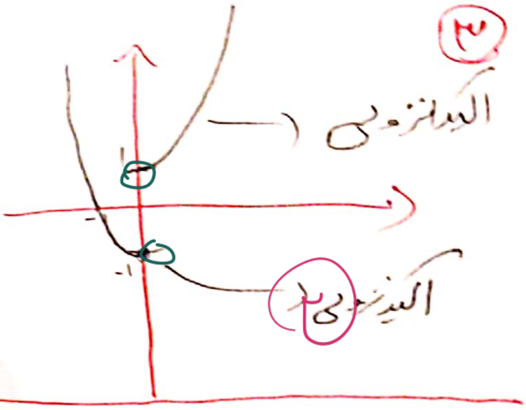
③ $y=|x|(x^۲+\frac{1}{x})$ وضعیت یکنوایی؟

$x\geq 0 \Longrightarrow x^۲+1$ ↓ اکیدا صعودی

$x<0 \Longrightarrow -x^۲-1$ ↓ اکیدا نزولی ✓

ارتباط

صفر در دامنه نیست ★



---

④ $f(x)=\frac{۲x+۱}{|x|-|x+۱|}$ $(-\infty,a]$ صعودی بیشترین مقدار $a=$؟

$x<-۱ \longrightarrow ۲x+۱ \longrightarrow$ اکیدا صعود

$-۱\leq x\leq 0,\ \frac{۲x+۱}{-۲x-۱}=-۱ \longrightarrow$ صعود

$0\leq x \longrightarrow \frac{۲x+۱}{-۱}=-۲x-۱ \longrightarrow$ نزولی

۴

$(-\infty,0] \longrightarrow$ صعود

$a=0$ ✓

---

⑤ $y=\log_{\frac{1}{۲}}(x^۲-۲x-۸)$ در کدام بازه اکیدا صعودی؟ $<x\leq ۱$ ۱،۲۵

$g(x)=x^۲-۲x-۸$

f بخواد نزولی باشه باید g هم نزولی اکیدا باشد
اینطوری تابع صعودی اکیدا می‌شود
که در $(-\infty,۱]$ نزولی اکیداست

~~[illegible]~~

$\log_{\frac{1}{۲}}^{x^۲-۲x-۸} \rightarrow x^۲-۲x-۸>0 \rightarrow x>۴$ یا $x<-۲$ $(-\infty,۱]$

اشتراک $\rightarrow x<-۲$

⑥ ۱/۵

$f(x)=(a^2-3)x$

الف) f صعودی اکید

$a^2-3>1 \to a^2>4 \to \boxed{a=R-[-2,2]}$

ب) f صعودی

$\boxed{a=R-(-2,2)}$ بخش صعودی اکید f ثابت ها

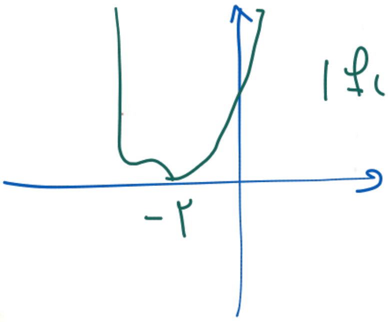
$a^2-3=0 \quad t=1 \to a=\pm\sqrt{3}$

* تابع ثابت صفر هم صعودی است

---

⑦ ۰

$f(x)=m(x+3)^3-1 \xrightarrow[\text{یک است در صورت سوال}]{\text{ضریب } x^3} f(x)=(x+3)^3-1$



$\to x<-2$

$\begin{cases} f(x)<0 \\ (x+3)^3<1 \to x+3<1 \end{cases}$

$\boxed{x<-2}$

---

⑧ ۱/۲۵

$f(x)=x+\sqrt{x}-2 \quad fof(x)\leq f(\sqrt{x})$ شامل چند عدد صحیح

x و $\sqrt{x}$ که اکیدا صعودی هستند

۲ صعودی

$f(x)$ اکیدا صعودی

$x\geq 0$ ← به خاطر رادیکال

$f(x)\leq\sqrt{x} \longrightarrow x+\sqrt{x}-2\leq\sqrt{x} \longrightarrow x\leq 2$

~~$^*0\leq x\leq 2$~~

$D_{fof}: f(x)\in D_f$

$\sqrt{x}+x-2\geq 0 \quad (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)\geq 0 \to x\geq 1$

۲ و ۱ و ۰ ۳ عدد صحیح

$D_{fof} \to 1\leq x\leq 2$

---

⑨ ②

$f(x)=2^{\sqrt[3]{9\cos^2x-1}}-2^{\sqrt[3]{1-9\cos^2x}} \quad R_f=[a,b] \quad b-a=?$

اگر $\sqrt[3]{9\cos^2-1}$ را t بگیریم 2^t و $\frac{-1}{2^t}$ هر دو اکیدا صعودی هستند

$\min f(x) \Rightarrow \min t \to 2^{-1}-2^{1}=-\frac{3}{2}$

$\max f(x) \Rightarrow \max t \to 2^2-2^{-2}=\frac{\cancel{4}}{4}-\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$

$[a,b]=[-\frac{3}{2},\frac{15}{4}]$

$\frac{15}{4}+\frac{3}{2}=\frac{21}{4}$ ✓ $\boxed{\frac{21}{4}}$

---

⑩ ②

$f(x)=x-[x+2]$ ، $g(x)=\frac{2^x-2^{-x}}{2}$ ؟ gof برد

$f(x)=x-[x]-2 \longrightarrow R_f=[-2,-1)$

$D_g=[-2,-1) \Rightarrow \frac{2^{-2}-2^{2}}{2} \to -\frac{15}{8}$ ، $\frac{2^{-1}-2^{1}}{2} \to -\frac{3}{4}$

$\boxed{[-\frac{15}{8},-\frac{3}{4})}$