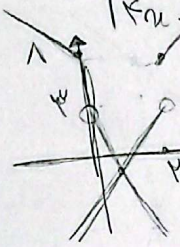
۱۸/۷۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$f(x+1)=\begin{cases}2x+3 & ; x\geq 1\\ 4x-1 & ; x<1\end{cases} \Rightarrow f(x+1)=\begin{cases}2x+2 & x\geq 2\\ 4x-5 & x<2\end{cases}$ ، $f(3-x)=\begin{cases}-3x+8 & ; x<3\\ -4x+3 & ; x>3\end{cases}$

$y=\sqrt{f(3-x)-f(x+1)} \Rightarrow f(x+1)\leq f(3-x)$



$\Rightarrow 4x-5=-4x+3$

$\Rightarrow 8x=8 \Rightarrow x=1$

$\Rightarrow D_f=(-\infty,1]$

۲

۲

$f(x)=(x^3+x)^5 \Rightarrow fof(x) \Rightarrow f(x)$ صعودی $\Rightarrow f(x)<x^3$

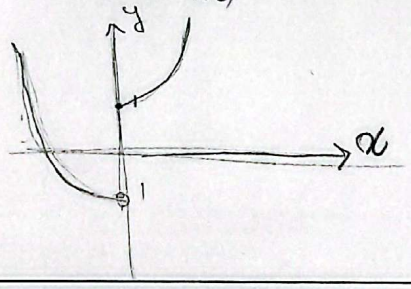
$fof(x)=f(f(x))<f(x^3)$

$\Rightarrow x^3+x<x \Rightarrow x^3<0 \Rightarrow D_f=(-\infty,0)$

۲

۳

$y=|x|\left(x^2+\frac{1}{x}\right) \Rightarrow |x|\left(\frac{x^3+1}{x}\right) \Rightarrow \begin{cases}x^3+1 & ; x>0\\ -x^3-1 & ; x\leq 0\end{cases}$



$\Rightarrow$ یک نقطه

۲

۴

$f(x)=\frac{2x+1}{|x|-|x+1|} \Rightarrow \begin{cases}x>0 \Rightarrow \frac{2x+1}{x-x-1} \Rightarrow -2x-1 \longrightarrow \text{نزولی}\\ -1\leq x<0 \Rightarrow \frac{2x+1}{-x-x-1} \Rightarrow \frac{2x+1}{-2x-1}=-1 \longrightarrow \text{ثابت}\\ x\leq -1 \Rightarrow \frac{2x+1}{-x+x+1}=2x+1 \longrightarrow \text{صعودی}\end{cases}$

$\Rightarrow \max Q \Rightarrow -1 \rightarrow (-\infty,0]$

$\Rightarrow a=0$

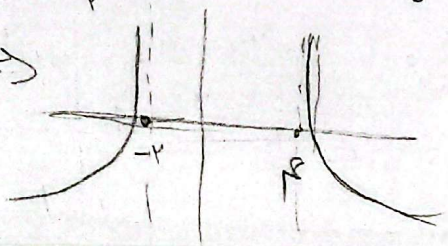
۲

۵

$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-1) \Rightarrow y=-\log_2(x^2-2x-1) \rightarrow x^2-2x-1>0$

$\Rightarrow (x-4)(x+2)>0$

$\Rightarrow x>4$ یا $x<-2$



$\Rightarrow (-\infty,-2)$

۲

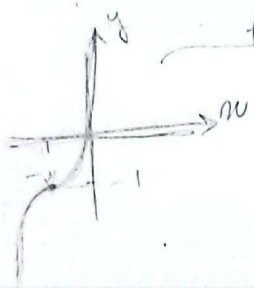
الف) تابع f صعودی اکید باشد $\Leftarrow$ $f(x)=(a^2-4)^x$ $\Rightarrow$ نمایی $\rightarrow$ اکید صعودی $\Rightarrow a^2-4>1 \rightarrow a^2>4 \Rightarrow a>2$ یا $a<-2$ (۱/۷۵)

ب) تابع f صعودی باشد. $\leftarrow$ تابع ثابت صفر هم صعودی است

$a^2-4>1 \Rightarrow a^2>5 \rightarrow |a|>2$

$a^2-4<0 \rightarrow a=\pm\sqrt{c}$ $\leftarrow (R_-=(-2,2))$

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, $(-3,-1)$



$f(x)=(x+2)^3-1 \rightarrow f(x)=(x+3)^3-1$

$\Rightarrow |f(x)|=|(x+3)^3-1| \Rightarrow (-2,+\infty)$ (۲)

$\Leftarrow$ اکید صعودی است

$f(x)=x+\sqrt{x}-2 \rightarrow fof(x)\leq f(\sqrt{x}) \Rightarrow f(x)\leq\sqrt{x}$ (صعودی) (۱/۲۵)

$\Rightarrow x+\sqrt{x}-2\leq\sqrt{x} \Rightarrow x-2\leq 0 \Rightarrow x\leq 2 \Rightarrow D_x=\{0,1,2\}$ (۱)

$x\geq 0$

$Dfof=\{x\in Df \mid f(x)\in Df\}$

$x+\sqrt{x}-2\geq 0 \rightarrow (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)\geq 0 \rightarrow x\geq 1$ $Dfof=[1,2]$

$f(x)=\sqrt[3]{9\cos^2 x-1}-\sqrt[3]{1-9\cos^2 x} \Rightarrow 2^{2t}-2^{-t} \Rightarrow 2^{2t}-\frac{1}{2^t}$

$t>0 \Rightarrow \max \sqrt[3]{9\cos^2 x-1} \rightarrow \cos x=\pm 1 \Rightarrow \sqrt[3]{9-1}=\sqrt[3]{8} \Rightarrow 2^2-\frac{1}{2^2}=4-\frac{1}{4}$ ($\max$)

$t<0 \Rightarrow \min \Rightarrow \cos x=0 \Rightarrow \sqrt[3]{0-1}=-1 \Rightarrow 2^{-1}-\frac{1}{2^{-1}} \rightarrow -1^{\circ}$ (۹)

$\Rightarrow [a,b] \Rightarrow [-1^{\circ}, \frac{15}{4}] \rightarrow b-a=\frac{15}{4}+\frac{4}{4}=\frac{19}{4}$ (۲)

$f(x)=x-[x+2] \Rightarrow R_f=[-2,1) \Rightarrow gof(x)=2^{x-[x+2]}-\frac{1}{2^{x-[x+2]}}$ (۲)

$g(x)=\frac{2^x-2^{-x}}{2} \Rightarrow 2^{x-1}-\frac{1}{2^{x+1}}$

$=2^{x-[x]-2}-\frac{1}{2^{x-[x]-2}} \Rightarrow$ (۱۰)

$gof(x)\max \rightarrow g(-1) \Rightarrow \frac{1}{4}-4=-\frac{15}{4} \Rightarrow (-\frac{15}{4}, -\frac{15}{16})$

$gof(x)\min \Rightarrow g(-2) \Rightarrow \frac{1}{8}+2=-\frac{15}{8}$