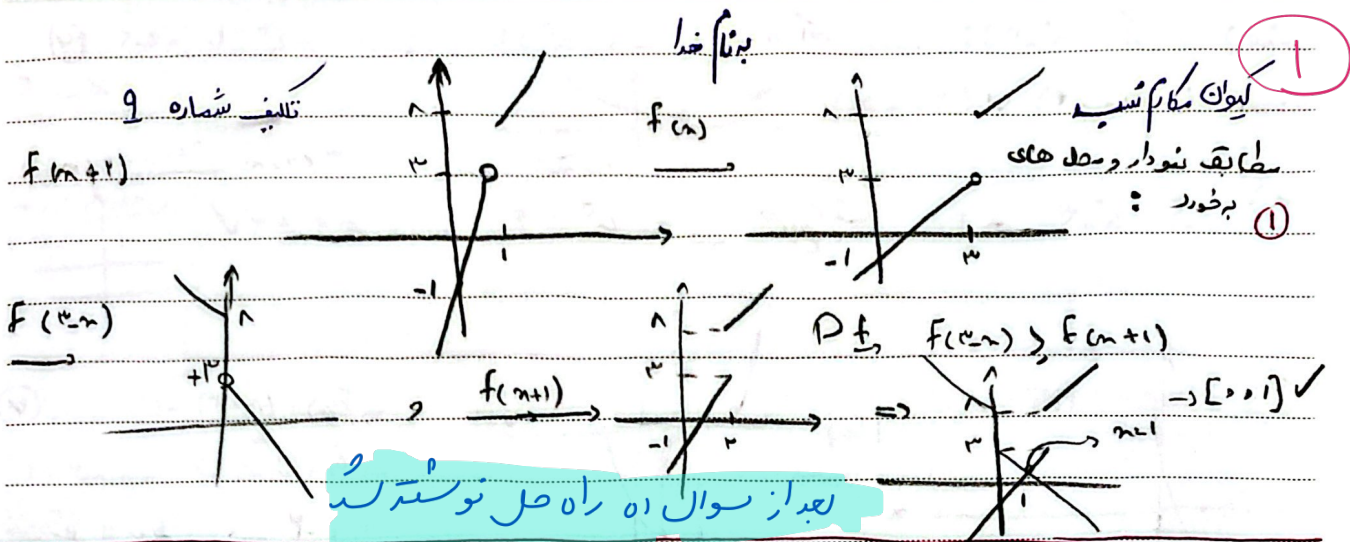




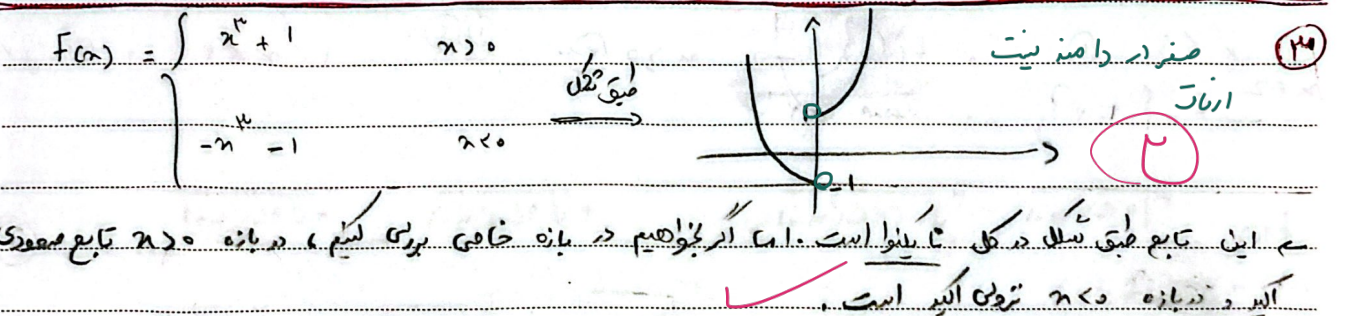
2) می دانیم که تابع $f(n) = (n^3 + n)^3$ یک تابع صعودی است. پس طبق تعریف داریم:

اگر $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ $\Rightarrow f(f(n)) < f(n^3) \Rightarrow f(n) < n^3$

3) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

4) $n^3 + n < n^3 \Rightarrow n < 0$

5) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$



2) ابتدا تابع را به سه بخش تقسیم می کنیم:

3) تابع در بازه $(-\infty, 0]$ صعودی است

4) پس چه اکثر $n < 0$ است

5) است

6) $n > 0 \Rightarrow \frac{n+1}{n-1} = -n-1$

7) $-1 < n < 0 \Rightarrow \frac{n+1}{-n-1} = \frac{n+1}{-n-1} = -1$

8) $n < -1 \Rightarrow \frac{n+1}{-n-1} = n+1$

5) برای اینکه تکلیف تابعی آید، صعودی شود، باید هر دو تابع یا نزولی آید و یا صعودی آید باشند. با توجه به اینکه $y = n^2 - 2n - 8$ باید نزولی آید باشد، پس از راه سهی آن به قبل

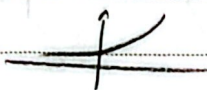
6) بازه نزولی آید است:

7) $y = n^2 - 2n - 8$ بازه نزولی $(-\infty, -\frac{b}{2a}] = (-\infty, -\frac{-2}{2 \cdot 1}] = (-\infty, -1]$

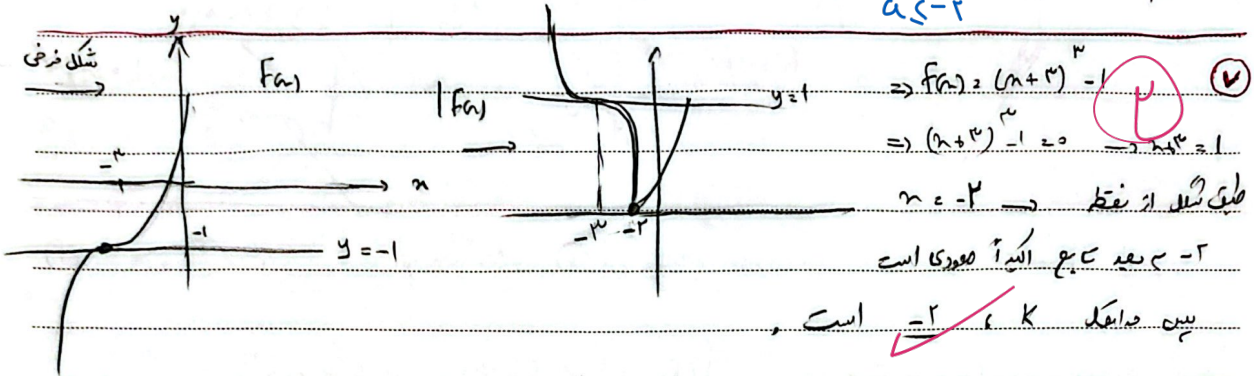
8) $n^2 - 2n - 8 > 0 \Rightarrow (n-4)(n+2) > 0 \Rightarrow n < -2 \text{ or } n > 4$

9) $(-\infty, -2) \cup (4, \infty)$

10) $(-\infty, -2) \cup (4, \infty)$

(4) $a^2 < a < -2$ → $a^2 > 4$ → معکوس ایند $a^2 - 3 > 0$ اگر (الف)
 $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ 

(ب) $a^2 - 3 = 1$ → ~~معکوس ایند~~ → $a^2 = 4$ → $a = \pm 2$ ✓
 $a^2 - 3 < 0$ → $a = \pm \sqrt{3}$ $a^2 - 3 \geq 1$ → $a \geq 2$ $a \leq -2$ 



(1) دامنه معکوس ایند $f(n) = n + \sqrt{n} - 2$ معکوس ایند است. بین دامنه: (2)

$f(f(n)) \leq f(\sqrt{n}) \rightarrow f(n) \leq \sqrt{n} \rightarrow n + \sqrt{n} - 2 \leq \sqrt{n}$
 $n \leq 2$ (1), $f(\sqrt{n}) \rightarrow n > 0$ (2) $\xrightarrow{(1) \& (2)}$ $1 \leq n \leq 2 \rightarrow [1, 2]$ ✓
 $n \in \mathbb{Z} \rightarrow f = \{1, 2\} \rightarrow$ صحیح ✓

$f(n) = \sqrt[3]{9C_5^n - 1} - \sqrt[3]{-9C_5^n - 1} \rightarrow \sqrt[3]{1 + 9C_5^n} - \sqrt[3]{-1 + 9C_5^n}$ (9)
 $(0 \leq C_5^n \leq 1)$
 معکوس ایند $0, 1$ (1) $C_5^n = 1 \rightarrow \sqrt[3]{1+9} - \sqrt[3]{-1+9} = \sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{10} - 2$
 $C_5^n \rightarrow \sqrt[3]{1+9} - \sqrt[3]{-1+9} = \sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{10} - 2$ (2)

(1) $C_5^n = 0 \rightarrow \sqrt[3]{1+0} - \sqrt[3]{-1+0} = \sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{-1} = 1 - (-1) = 2$
 $\Rightarrow R_f = \left[-\frac{5}{2}, \frac{10}{2} \right] \rightarrow b - a = \frac{10}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{10}{2} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2} = \boxed{\frac{15}{2}}$ ✓

$Dg \circ f = \{x \in Df : f(x) \in Dg\} \rightarrow g(f(x)) \rightarrow Dg = R_f$ (10)

$\rightarrow f(n) = n - [n] - 2$ $0 \leq n - [n] < 1 \rightarrow -2 \leq f(n) < -1$ (1)
 $Dg \Rightarrow R_f = [-2, -1)$ معکوس ایند $g(x) = \frac{1}{x} - x$ $\frac{1}{-2} - \frac{14}{2} = -\frac{13}{2}$, $g(-1) = \frac{1}{-1} - \frac{1}{-1} = 0$
 $= \frac{1}{-2} - \frac{1}{-2} = -\frac{13}{2} \rightarrow Rg = \left[-\frac{13}{2}, 0 \right)$ ✓

$$f(n+1) = \begin{cases} r_{n+1} & n \geq 1 \\ s_{n-1} & n < 1 \end{cases}$$

سوال اول

$$f(n) = \begin{cases} r_{n-1} & n \geq 1 \\ s_{n-1} & n < 1 \end{cases} \rightarrow f(n) = \begin{cases} r_{n-1} & n \geq 1 \\ s_{n-1} & n < 1 \end{cases}$$

سبب خلفا مبنی
در تابع معکوس است

$$f(r-n) \geq f(n+1) \xrightarrow[\text{چون } f \text{ معکوس}]{f^{-1} \text{ مرتب} \text{ است}} r-n \geq n+1$$

$$\boxed{n \leq 1}$$