به نام خدا

پویا نظلیان

DATE / /　　SUBJECT:

① $D_{gof(x)} = \{x \mid x \in D_f \wedge f(x) \in D_g\}$　　$D_{f(x)}: 0 \le \log_2^{x-1} \to 2 \le x \cap \underset{\text{شرط log}}{1 < x} = 2 \le x$

$D_{g(x)} = 0 \le -(x-2)^2 \longrightarrow x = 2 \to \log_2^{x-1} = 4 \to x = 17 \to [2, +\infty) \cap \{17\} = \{17\}$

$\to D_{gof(x)} = \{17\}$

---

② $fog(x) = 2x^2 - 6x + 11$, $gof(x) = 4x^2 - 20x + 25 - 6x + 15 + 8 = 4x^2 - 26x + 48$

$\to 2x^2 - 6x + 11 = 4x^2 - 26x + 48 \to 2x^2 - 20x + 37 = 0 \to$ ریشه‌ها: $\alpha, \beta \to \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \to$

$S = 10$, $P = \frac{37}{2} \to S^2 - 2P = 100 - 37 = 63$

---

③ $f(x) = 2x = k \to x = \frac{k}{2} \to g(k) = \frac{5k^2}{4} + 11 \to g(x-7) = \frac{5(x-7)^2}{4} + 11 \to$

$\text{Min}\, g(x-7) = 11$

---

④ $3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x - 1 \to g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \to gof(x) = (3x-5)^2$

---

⑤ $(f-g)(x) = -x + 5 \to$

$f(x) - g(x) = -x + 5 \to 2f(x) - 3g(x) = -2x + 10$

$\to 2f(x) - (3f(x) - 14) = -f(x) + 14 = -2x + 10 \to$

$fog(x) = -\frac{2}{a}x + 2$　　$f(x) = 2x + 4 \to 2g(x) + 4 = -\frac{2}{a}x + 2 \to$

$\left.\begin{array}{l} g(x) = \left(-\frac{2}{a}x - 2\right) \times \frac{1}{2} \\ g(x) = 3x - 1 \end{array}\right\} \to -\frac{1}{a}x - 1 = 3x - 1 \to -\frac{1}{a} = 3 \to a = -\frac{1}{3}$

Sahand

لویانلیان

DATE / / SUBJECT:

۶ $fog(x) = ۹^{\log_۳ x} = x^۲ \; ; \; ۰<x \quad , \quad gof(x) = ۲x \rightarrow x^۲ - ۲x \leq ۰ \rightarrow$ (۰ , ۲ : $+ \; - \; +$)

$\rightarrow [۰,۲] \cap (۰,+\infty) = (۰,۲] \rightarrow x \in Z \rightarrow \boxed{x = ۱,۲} \rightarrow$ ۲ عدد صحیح

---

۷ $f(x - \frac{۲}{x}) = x^۲ - ۴ + \frac{۴}{x^۲} + x - \frac{۲}{x} \rightarrow f(x - \frac{۲}{x}) = (x - \frac{۲}{x})^۲ + x - \frac{۲}{x} \rightarrow x - \frac{۲}{x} = A$

$f(A) = A^۲ + A \rightarrow \boxed{f(x) = x^۲ + x}$

---

۸ $D_{fog(x)} = \{x \mid x \in D_g \wedge g(x) \in D_f\} \rightarrow D_f = (۰,+\infty) \; , \; D_g = \mathbb{R} \rightarrow$

$۰ < ۸x - x^۲ \rightarrow$ (۰ , ۸ : $- \; + \; -$) $\rightarrow (۰,۸) \cap \mathbb{R} = (۰,۸) = D_{fog(x)} = A$

$fog(x) = \log_۲^{۸x - x^۲} \rightarrow \max \; ۸x - x^۲ \xrightarrow{x=۴} ۱۶ \rightarrow \log_۲^{۱۶} = ۴ \rightarrow R_{fog} = (-\infty, ۴] = B$

$\rightarrow A \cap B = (-\infty,۴] \cap (۰,۸) = (۰,۴] \rightarrow x \in Z \rightarrow \boxed{x = \{۱,۲,۳,۴\}}$

---

۹ $f(x) = k \rightarrow f(k) = ۱ - ۳k^۲ \rightarrow f(x) = ۱ - ۳x^۲$

$h(g(x)) = (x-۱)^۲ + ۲x - ۱ = ۱ - ۳x^۲ \rightarrow \cancel{-۳x^۲} - ۲x + ۲ = x^۲ \cancel{- ۳x^۲} + ۳x - ۱ \rightarrow$

$x^۲ + ۵x - ۳ = ۰ \rightarrow$ یک ریشه

---

۱۰ $g(۲) = ۸ \rightarrow f(x) = ۳ \rightarrow x = -۱ \rightarrow -a - ۲ = ۸ \rightarrow \boxed{a = -۱۰}$

Sahand