به نام خدا پارسا اکبری دوازدهم ریاضی پسر

۱-

$D_{gof} = \{x \in D_f \,,\, R_f \in D_g\}$

$\longrightarrow D_{f(x)} = \log_2^{(x-1)} \geqslant 0 \longrightarrow x-1 \geqslant 1 \longrightarrow \boxed{x \geqslant 2}$ I

$\longrightarrow x-1 > 0 \longrightarrow \boxed{x > 1}$ II

$D_{g(x)} = \{2\} \longrightarrow f(x) = 2 \longrightarrow \sqrt{\log_2^{x-1}} = 2$

$\longrightarrow \log_2^{x-1} = 4 \longrightarrow 16 = x-1 \longrightarrow \boxed{x = 17}$ III

$\cap$

$\longrightarrow D_{gof(x)} = \{17\}$

۲-

$fog(x) = gof(x)$

$\longrightarrow f(x^2-3x+8) = g(2x-5)$

$f(x^2-3x+8) = 2(x^2-3x+8)-5 = \boxed{2x^2-6x+11}$

$g(2x-5) = (2x-5)^2-3(2x-5)+8 = \boxed{4x^2-26x+48}$

$\longrightarrow 2x^2-6x+11 = 4x^2-26x+48$

$\longrightarrow 2x^2-20x+37=0 \xrightarrow{\text{مجموع مربعات}} (\alpha^2+\beta^2) = S^2-2P = 100 - 2\times\frac{37}{2} = 63$

۳-

$f(x) = 2x$

$gof(x) = 5x^2+11 \longrightarrow g(2x) = 5x^2-11$

$\xrightarrow{2x=t} g(t) = t^2 + \frac{t^2}{4} - 11 = \boxed{\frac{5}{4}t^2-11}$

$\longrightarrow g(x) = \frac{5}{4}x^2-11 \longrightarrow \boxed{g(x-7) = \frac{5}{4}(x-7)^2-11}$

کمترین مقدار ۱۱- است
به ازای $\boxed{x=7}$

۴-

$fog(x) = 3x^2-6x-1 \longrightarrow g(x) = t$

$gof(x) = g(3x-4) \longrightarrow f(t) = 3t^2-6t-1$

$f(t) = 3t-4$

$\longrightarrow$ حل معادله

$t = g(x) = (x^2-2x+1)$

$\longrightarrow g(3x-4) = (3x-4)^2-2(3x-4)+1 = \boxed{9x^2-30x+25}$

پاسخ تست سری دوازدهم ۲.

-۵

$۲g(x) = ۳f(x) - ۱۴$

$\longrightarrow \boxed{g(x) = \frac{۳}{۲}f(x) - \frac{۱۴}{۳}}$

طبق $f - g(x)$ $= \boxed{-x + ۵} \longrightarrow -x + ۵ = f(x) - \frac{۳}{۲}f(x) + \frac{۱۴}{۳}$

$\longrightarrow -x + ۵ = -\frac{۱}{۲}f(x) + \frac{۱۴}{۳}$

$\longrightarrow \boxed{f(x) = -۲x + \frac{۲}{۳}}$

$f(g(x)) = ۰$

$\longrightarrow \boxed{x = a} \longrightarrow \boxed{g(x) = \frac{۱}{۳}} \longrightarrow \frac{۳}{۲}\left(-۲x + \frac{۲}{۳}\right) - \frac{۱۴}{۳} = \frac{۱}{۳}$

$\longrightarrow -۳x + ۱ = ۵ \longrightarrow \boxed{x = -\frac{۴}{۳}} \longrightarrow \boxed{a = -\frac{۴}{۳}}$

-۶

$f(g(x)) \leq g(f(x))$

$f(g(x)) = ۹^{\log_۳ x} \xrightarrow{\text{طبق خواص log}} f(g(x)) = \boxed{x^۲}$

$g(f(x)) = \log_۳ ۹^x = \boxed{۲x}$

$\longrightarrow x^۲ \leq ۲x \longrightarrow x^۲ - ۲x \leq ۰$

$۰ \quad ۲$

$+ \quad - \quad +$

$\longrightarrow x \in [۰, ۲]$

$\longrightarrow$ بازه جواب شامل $\boxed{\text{۳ جواب صحیح است}}$

-۷

$f\left(\frac{x^۲ - ۲}{x}\right) = x^۲ + x - ۴ - \frac{۲}{x} + \frac{۴}{x^۲}$

$\frac{x^۲ - ۲}{x} = \boxed{x - \frac{۲}{x}}$ I

$\left(x - \frac{۲}{x}\right)^۲ = \boxed{x^۲ + \frac{۴}{x^۲} - ۴}$ II

$\frac{x^۲ - ۲}{x} = t \longrightarrow \boxed{f(t) = t^۲ + t}$

$\longrightarrow \boxed{f(x) = x^۲ + x}$

$D_{f(g(x))}: \{x \in D_g \; و \; x \in \{g(x) \in D_{f(x)}\}\}$

$D_{f(g(x))} =$

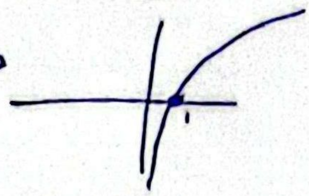
$D_{g(x)} = R \longrightarrow \boxed{D_{f(x)} = \; x > ۰} \longrightarrow g(x) > ۰$

$\longrightarrow -x^{۲} + ۸x > ۰ \quad ۰ \quad ۸ \longrightarrow x \in (۰, ۸)$

$\longrightarrow - \; ۰ \; + \; ۸ \; -$

$\boxed{\longrightarrow D_{f(x)} = (۰, ۸)} = A$

$R_{f(g(x))} = R_{f(x)} \longrightarrow f(x) = \log_{۲}^{x} \longrightarrow$



$\boxed{\longrightarrow R_{f(g(x))} = R_{f(x)} = R = B}$

$\boxed{\longrightarrow A \cap B = R \cap (۰, ۸) = (۰, ۸)} \longrightarrow$ $\boxed{A \cap B \text{ شامل ۷ عدد صحیح است}}$

۹-

$f(f(x)) = ۱ - ۳ f^{۲}(x)$

$\longrightarrow \boxed{f(x) = t} \longrightarrow f(t) = ۱ - ۳t^{۲} \longrightarrow \boxed{f(x) = ۱ - ۳x^{۲}}$

$h(g(x)) = ۱ - ۳x^{۲} \longrightarrow h(x-۱) = ۱ - ۳x^{۲}$

$h(x-۱) = (x-۱)^{۳} + ۲(x-۱) + ۱ = x^{۳} - ۳x^{۲} + ۳x - ۱ + ۲x - ۲ + ۱$

$\longrightarrow = x^{۳} - ۳x^{۲} + ۵x - ۲ = ۱ - ۳x^{۲}$

$\boxed{\longrightarrow x^{۳} + ۵x - ۳ = ۰} \xrightarrow{\text{مشتق تابع}} = ۳x^{۲} + ۵ \xrightarrow{\text{مشتق همواره مثبت}}$

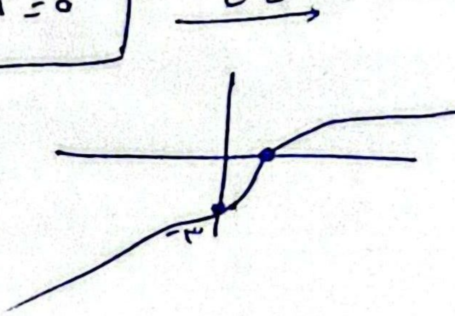
تابع چون مشتق همواره مثبت دارد

~~اکیدا~~ اکیدا صعودی است

پس تنها در یک نقطه محور xها

را قطع می کند

معادله یک جواب دارد



$g(f(x)) = ax^3 + 2x$ $\quad g(3) = 8$ با ساده سازی داریم — ۱

$f(x) = x - \frac{4}{x}$

$g(3) = 8$

$\rightarrow \boxed{f(x) = 3} \rightarrow x - \frac{4}{x} = 3 \rightarrow \boxed{x = 4, -1}$

$g(3) = 8$

غ ق ق

$\rightarrow g(3) = -a - 2 \rightarrow -a - 2 = 8 \rightarrow \boxed{a = -10}$

$\rightarrow g(3) = 64a + 8 \rightarrow 64a + 8 = 8 \rightarrow \boxed{a = 0}$