محمدرضا سلطانی

۱۲

۱۸/۵

۱)

$\sqrt{-x^2+4x-4}$

$\sqrt{-(x-2)^2}$

$x=2$

$x-1>0 \Rightarrow x\geq 1$

$\log_2^{(x-1)} \geq 0$

$x-1 \geq 1$

$x \geq 2$

$D_g(x)=2 \to f(x)=2$

$D_f(x)=\{17\}$

$\sqrt{\log_2^{x-1}}=2 \longrightarrow \log_2^{x-1}=4 \longrightarrow 16=x-1 \Rightarrow x=17$

۲

---

۲)

$f\circ g(x)=g\circ f(x)$

$f(x^2-4x+8)=2(x^2-4x+8)-5=2x^2-8x+11$

$g(2x-5) \Rightarrow 4x^2-24x+48$

$\longrightarrow 2x^2-8x+11=4x^2-24x+48 \longrightarrow 2x^2-16x+37=0$

$\longrightarrow S^2-2P=100-37=63$

۲

---

۳)

$f(x)=2x$

$2x=t$

$x=\frac{t}{2}$

$g\circ f(x)=5x^2+11$

$R_g=[11,+\infty)$

$5(\frac{t}{2})^2+11 \Rightarrow \frac{5t^2}{4}+11 \Rightarrow g(x)=\frac{5t^2}{4}+11=\frac{5}{4}x^2+11$

انتقال طولی در برد تابع تاثیری ندارد

$\frac{5}{4}(x-7)^2-11 \longrightarrow \min\ 11$

$R_g(x)=R_g(x-7)=[11,+\infty)$

۱/۵

---

۴)

$f(x)=3x-4$

$f\circ g(x)=3x^2-6x-1$

$x \xrightarrow{g} \ldots\ldots \xrightarrow{3x-4} 3x^2-6x-1$

$3x^2-6x+1+4=3x^2-6x+3 \div 3 \Rightarrow x^2-2x+1$

$g\circ f=g(3x-4) \Rightarrow (3x-4)^2-2(3x-4)+1=9x^2-30x+25$

۲

(۵) $۲g(x) = ۳f(x) - ۱۴ \Rightarrow g(x) = \frac{۳}{۲}f(x) - ۷$ $g(x) = \frac{۳x - ۱}{\;}$

$-x + ۵ \Rightarrow f - g(x)$ $f(x) - \frac{۳}{۲}f(x) + ۷ = -x + ۵$ $۶x - ۲$

$-\frac{۱}{۲}f(x) + ۷ = -x + ۵$ (۲) $۶x + ۱۲ - ۱۴$

$f \circ g \Rightarrow ۶x - ۲ + ۴ \Rightarrow ۶x + ۲$ $-\frac{۱}{۲}f(x) = -x - ۲ \Rightarrow f(x) = ۲x + ۴$

$۶x + ۲ = ۰ \quad ۶x = -۲ \Rightarrow x = \frac{-۲}{۶} = \frac{-۱}{۳}$

---

(۶) $f(x) = ۹^x$ $f \circ g = ۹^{\log_۳ x} = x^۲$

$g(x) = \log_۳ x$

$g \circ f = \log_۳ ۹^x = x \log_۳ ۹ = ۲x$ (۲)

$x^۲ \leq ۲x \longrightarrow x^۲ - ۲x \leq ۰$

$x \in [۰, ۲]$ $۰, ۱, ۲$

۳ عدد

---

(۷) $f\left(\frac{x^۲ - ۲}{x}\right) = x^۲ + x - ۴ - \frac{۲}{x} + \frac{۴}{x^۲}$ (۲)

$x - \frac{۲}{x}$

$t \xrightarrow{f} t^۲ + t \Rightarrow f(x) = x^۲ + x$

---

(۸) $f(x) = \log_۲ x$ $f \circ g = \log_۲ (۸x - x^۲)$ $۸x - x^۲ > ۰$

$g(x) = ۸x - x^۲$ $x = ۸$ $x = ۴$ ۰ ۸ $- \mid + \mid -$

$(-\infty, ۴], (۰, ۸) \rightarrow ۱, ۲, ۳, ۴$ ۴ $\frac{-b}{۲a} = ۴$

۴ عدد (۲)

سرافراز باشید.

(۹) $f(f(x)) = 1 - x^2 f(x) \Rightarrow f = -x^2 + 1$

$g(x) = x - 1$

$h(x) = x^3 + 2x + 1$

$h(x-1) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2x - 2 + 1 = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

$x^3 + ax - c = 0 \longrightarrow$ ضرب ریشه‌ها $= 2$ ✓

(۲)

---

(۱۰) $f(x) = x - \frac{4}{x}$ $\quad g(f(x)) = ax^3 + 2x$ $\quad g(2) = 1$

(۱)

$x - \frac{4}{x} = 3 \Rightarrow x = 4$ $\quad g(2) = 64a + 8 \Rightarrow a = 0$ ✓

$x - \frac{4}{x} < 0 \Rightarrow x < -1 \longrightarrow -a - 2 < 8 \longrightarrow a < -10$

$\hookrightarrow x > 4$ ✓

گزینه سوال: