به نام خدا

ماهان نژادکرد

دوازدهم تجربی B

تکلیف ۸

۲۰ آفرین !!

۱- $D_{gof}=\{x \mid x\in D_f ,\ f(x)\in D_g\}$

۲

$f(x)=\sqrt{\log_2^{x-1}} \Rightarrow \begin{cases} x-1>0 \Rightarrow x>1 \quad I \\ \log_2^{x-1}\geq 0 \Rightarrow x-1\geq 1 \Rightarrow x\geq 2 \quad II \end{cases} \xrightarrow{I\cap II} x\geq 2$

$g(x)=\sqrt{-x^2+4x-4}=\sqrt{-(x-2)^2} \Rightarrow x=2 \Rightarrow \sqrt{\log_2^{x-1}}=2$

$\Rightarrow \log_2^{x-1}=4 \Rightarrow x-1=16 \Rightarrow \boxed{x=17}$

$D_{gof}=\{17\}$

۲- $fog(x)=3g-5$, $gof(x)=f^2-2f+8$ $\xrightarrow{fog(x)=gof(x)} 3g-5=f^2-2f+8$

$\Rightarrow 3x^2-6x+11=4x^2+25-20x-6x+15+8=4x^2-26x+48$

۲

$\Rightarrow 2x^2-20x+37=0 \Longrightarrow \alpha^2+\beta^2=S^2-2P=100-37=63$

$S=\frac{-b}{a}=\frac{20}{2}=10$

$P=\frac{c}{a}=\frac{37}{2}$

۳- $gof(x)=g(f(x))=g(\underset{t}{2x})=5x^2+11$

۲

$g(t)=\frac{5}{4}t^2+11 \Rightarrow g(x)=\frac{5}{4}x^2+11$

$\Rightarrow g(x-7)=\frac{5}{4}(x-7)^2+11 \xrightarrow{x=7} g_{min}=11$

۴- $fog(x)=f(g(x))=3g(x)-4=3x^2-6x-1 \Rightarrow g(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2$

۲

$gof(x)=g(f(x))=(3x-5)^2=9x^2+25-30x$

۵-

$f-g=-x+5$, $3f-2g=14$ $\begin{cases} f(x)=2x+4 \\ g(x)=3x-1 \end{cases}$

۲

$fog(x)=2(3x-1)+4=6x+2 \Rightarrow fog(a)=6a+2=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{3}$

۶-

$fog(x)=9^{\log_3^x}=x^{\log_3^9}=x^2$

$g\circ f(x)=\log_3^{9^x}=\log_3^{3^{2x}}=2x\log_3^3=2x$ $\Big\{ fog(x) \le 2g\circ f(x)$ $\Rightarrow x^2 \le 4x \Rightarrow x^2-4x\le 0$

۲

$g(x)=\log_3^x \Rightarrow x>0 \quad \mathrm{I}$

0		4	
+	−	+	

$\Rightarrow 0\le x\le 4 \quad \mathrm{II}$

جواب اشتراک I و II : $(0,4] \Rightarrow$ تعداد اعداد صحیح $=\{1,2,3,4\}$

۷-

$f\left(\frac{x^2-4}{x}\right)=f(\underbrace{x-\frac{4}{x}}_{t})=\left(x^2-8+\frac{16}{x^2}\right)+x-\frac{4}{x}=\underbrace{\left(x-\frac{4}{x}\right)^2}_{t^2}+\underbrace{\left(x-\frac{4}{x}\right)}_{t}$

$\left(x-\frac{4}{x}\right)^2=x^2+\frac{16}{x^2}-8$

۲

$\Rightarrow f(t)=t^2+t \Rightarrow f(x)=x^2+x$

۸-

$D_{fog}=\{x \mid x\in D_g,\ g(x)\in D_f\}$

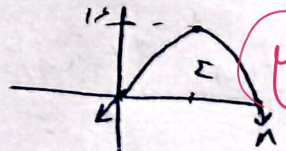
$\Rightarrow g(x)=8x-x^2 \Rightarrow D_g=\mathbb{R}$

$f(x)=\log_2^x \Rightarrow x>0 \Rightarrow 8x-x^2>0$

0		8	
−	+	−	

$\Rightarrow 0<x<8$

$\Rightarrow D_{fog}=(0,8)=A$



۲

$fog(x)=\log_2^{8x-x^2}$ در بازه $(0,8)$ برد g برابر است با: $(0,16]$

$\Rightarrow 0<g\le 16 \Rightarrow \log_2^0<\log_2^g\le\log_2^{16} \Rightarrow -\infty<\log_2^g\le 4$

$\Rightarrow R_{fog}=(-\infty,4]=B$

$\Rightarrow A\cap B=(0,4] \Rightarrow$ تعداد اعداد صحیح $=\{1,2,3,4\}$

۹-

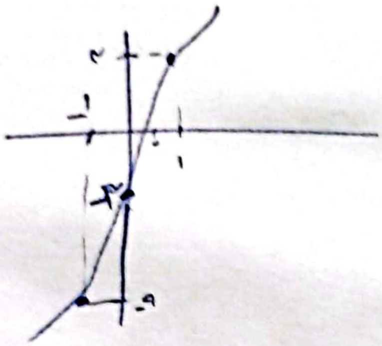
$f(f(x)) = 1 - 3f^2(x) \xrightarrow{f(x)=t} f(t) = 1 - 3t^2 \Rightarrow f(x) = 1 - 3x^2$

$h(g(x)) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2x - 2 + 1$

$= x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

۴

$\Rightarrow h(g(x)) = f(x) \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 1 - 3x^2 \Rightarrow x^3 + 5x - 3 = 0$



حتی ساده‌تر نمودارها را با نقطه رسم کنیم:

با توجه به روند نمودار معلوم است که یک ریشه دارد (صعودی)

۱۰-

$g(f(x)) = ax^3 + 2x \quad \Rightarrow f(x) = 3 \Rightarrow x - \frac{4}{x} = 3$

$g(3) = 8$

$\Rightarrow \frac{x^2 - 4}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

۴

$\Rightarrow g \circ f(4) = g(3) = 64a + 8 = 8 \Rightarrow \boxed{a = 0}$

$g \circ f(-1) = g(3) = -a - 2 = 8 \Rightarrow \boxed{a = -10}$