دوازدهم پسر B

ساعت تندنگاری ۱۹/۷۵ آذر ۱۱ شماره تکلیف: ۸

۱-

$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \to \{x \in [2,+\infty) \mid \sqrt{\log_2^{(x-1)}} \in \{2\}\}$

$f(x) = \sqrt{\log_2^{(x-1)}} \to D_f = [2,+\infty)$ $\qquad \log_2^{(x-1)} = 4$ ۲

$g(x) = \sqrt{-x^2+4x-4} \to -x^2+4x-4 \geq 0 \to D_g = \{2\}$

$x-1 = 16 \to x = 17$

$D_{gof} = \{17\}$

۲-

$g(x) = x^2 - 3x + 8$ $\qquad fog(x) = gof(x)$

$f(x) = 2x - 5$ $\qquad \cancel{2(x^2-3x+8)-5} = (2x-5)^2 - 3(2x-5) + 8$ ۲

$2x^2 - 6x + 16 - 5 = 4x^2 - 20x + 25 - 6x + 15 + 8$

$\alpha^2 + \beta^2 =$ مجموع مربعات ریشه‌های این معادله $\qquad 2x^2 - 20x + 37 = 0 \to \Delta > 0 \to$ دارای ۲ ریشه

$= (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P \Rightarrow (\frac{-b}{a})^2 - 2(\frac{c}{a}) \Rightarrow (\frac{20}{2})^2 - 2(\frac{37}{2}) = 63$

۳-

$gof(x) = 5x^2 + 11$

$f(x) = 2x \to$ در gof (x^2) داریم در نتیجه اول باید به توان دو رسیده باشند $\to (f(x))^2 = 4x^2 \to$ ضریب x^2 باید ۵ باشد پس در نتیجه $\to \frac{5}{4}(f(x))^2 = 5x^2$ ۲

در آخر باید ۱۱+ شود

$\min g(x) = \min g(x-7)$ $\qquad g(x) = \frac{5}{4}x^2 + 11 \leftarrow \frac{5}{4}(f(x))^2 + 11 = 5x^2 + 11$

$\min g(x) \to \frac{5}{4}x^2 + 11 \xrightarrow{\min x^2 = 0} \frac{5}{4}(0) + 11 = 11 \to \min g(x) = \min g(x-7) = 11$

۴-

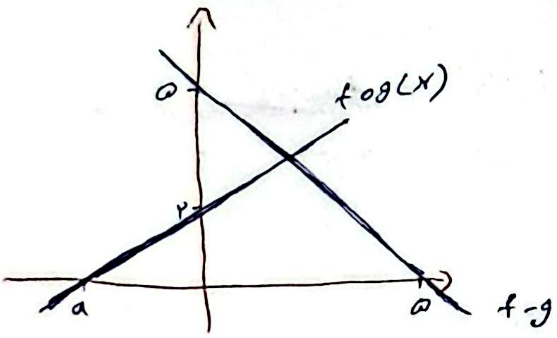
$\left.\begin{array}{l} fog(x) = 3x^2 - 6x - 1 \\ f(x) = 3x - 4 \end{array}\right\} \to 3g - \cancel{4} = 3x^2 - 6x \overset{+3}{\cancel{-1}} \to g(x) = x^2 - 2x + 1$

۲

$gof(x) = (3x-4)^2 - 2(3x-4) + 1$

$9x^2 - 24x + 16 - 6x + 8 + 1 \Rightarrow 9x^2 - 30x + 25 = gof(x)$

۵-



$2g(x) = 3f(x) - 14 \to g(x) = \frac{3}{2}f(x) - 7$

$f - g = f(x) - (\frac{3}{2}f(x) - 7) = -\frac{1}{2}f(x) + 7$ ۲

$\xrightarrow{x=0} -\frac{1}{2}f(0) + 7 = 5 \to -\frac{1}{2}f(0) = -2 \to f(0) = 4$

$\xrightarrow{x=5} -\frac{1}{2}f(5) + 7 = 0 \to -\frac{1}{2}f(5) = -7 \to f(5) = 14$

با توجه به اینکه fog خطی است پس f و g هم خطی است

و با توجه به این اعداد شیب $f = 2$ است

$f(x) = 2x + b \xrightarrow{x=0} 2(0) + b = 4 \to b = 4 \to f(x) = 2x + 4$

$g(x) = 3x - 1$

$fog(x) = 2(3x-1) + 4 = 6x + 2$

$fog(x) = 6x + 2 = 0$

$a = -\frac{1}{3} \leftarrow x = -\frac{1}{3}$

۶-

$g(x)=\log_3^x,\quad f(x)=9^x \longrightarrow fog(x)=9^{\log_3^x}=x^{\log_3^9}=x^2=fog(x)$

$gof(x)=\log_3^{9^x}=x\log_3^9=2x=gof(x)$

$\underbrace{\text{}}_{\text{۳ عدد صحیح}}$

$fog(x)\leq gof(x) \longrightarrow x^2\leq 2x \rightarrow x^2-2x\leq 0 \rightarrow x\in[0,2]$

2

	0		2	
+		−		+

جواب

۷-

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right)=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}$

$x-\frac{2}{x}=g(x) \longrightarrow (g(x))^2=x^2+\frac{4}{x^2}-4 \longrightarrow (g(x))^2+g(x)=x^2+\frac{4}{x^2}-4+x-\frac{2}{x}$

$f(g(x))=(g(x))^2+g(x)$

$\boxed{f(x)=x^2+x}$

2

۸-

$f(x)=\log_2^x \longrightarrow D_f=\cancel{[0,+\infty)}\ (0,+\infty)$

$g(x)=8x-x^2 \longrightarrow D_g=R$

$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}$

$\downarrow R \qquad 0\leq 8x-x^2<+\infty$

$fog=\log_2^{8x-x^2}$

$D_{fog}=[0,8]=A \longleftarrow 0\leq x\leq 8 \longleftarrow$

	0		8	
−		+		−

تابع یکنوا است پس برد کل برابر ۲ به توان $8x-x^2$ است البته در دامنه کن

$\min 8x-x^2=0$

$\max 8x-x^2=16 \longrightarrow R_{fog}=(-\infty,4]=B$

$\boxed{A\cap B=[0,4]}\qquad A\cap B=(0,4]$

$1/5$

۹-

$fof(x)=1-3f^2(x) \rightarrow f(f(x))=1-3f^2(x) \rightarrow f(x)=1-3x^2$

$g(x)=x-1,\quad h(x)=x^3+2x+1 \longrightarrow h(g(x))=\underbrace{(x-1)^3}_{x^3-3x^2+3x-1}+\underbrace{2(x-1)}_{2x-2}+1=x^3-3x^2+5x-2$

2

$h(g(x))=f(x) \rightarrow x^3-3x^2+5x-2=1-3x^2 \rightarrow$ [redacted]

$x^3+5x-3=0$

$x(x^2+5)-3$

این بخش یک جواب دارد

فقط ۳ واحد پایین رفته که در تعداد ریشه تأثیری ندارد پس این معادله یک جواب دارد

۱۰-

$gof(x)=ax^3+2x \rightarrow g(3)=8 \rightarrow f(x)=3 \rightarrow x-\frac{4}{x}=3$

$f(x)=x-\frac{4}{x}$

$\frac{x^2-4}{x} \rightarrow x^2-4=3x$

$x^2-3x-4=0$

$x=-1 \longrightarrow -a-2=8 \longrightarrow a=-10$

$x=4 \longrightarrow 64a+8=8 \longrightarrow a=0$

$\boxed{a=-10 \quad a=0}$

2