نام و نام خانوادگی ...شایان هیتیان... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...... کلاس ...دوازدهم B...

۲۰ آفرین ۱۱

۱

$D_{gof} = \{x \in D_f , f(x) \in D_g\}$ $\quad f(x) = \sqrt{\log_2^{(x-1)}} \to x-1>0 \to x>1$

$\log_2^{x-1} \geq 0 \to x-1 \geq 1 \to x \geq 2$

$\xrightarrow{\cap} x \geq 2 \to D_f = [2, +\infty)$

$g(x) = \sqrt{-x^2+4x-4} = \sqrt{-(x-2)^2} \to -(x-2)^2 \geq 0 \to x = 2 = D_g$

$\to f(x) \in D_g \to \sqrt{\log_2^{x-1}} = 2 \to \log_2^{x-1} = 4 \to x-1 = 16 \to \boxed{x = 17}$

$\to D_{gof} = \{17\}$

۲

۲

$f(x) = 2x-5$

$g(x) = x^2-3x+8$

$\to fog(x) = 2(x^2-3x+8)-5 = 2x^2-6x+11$

$gof(x) = (2x-5)^2-3(2x-5)+8 = 4x^2-26x+48$

$fog(x) = gof(x) \to 2x^2-6x+11 = 4x^2-26x+48 \to 2x^2-20x+37 = 0$

$S = 10 \quad P = \frac{37}{2}$

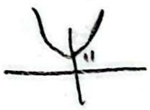
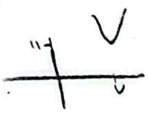
$\to \alpha^2+\beta^2 = S^2-2P = 100-37 = \boxed{63}$

۲

۳

$gof(x) = 5x^2+11 \quad f(x) = 2x \to g(2x) = 5x^2+11$

$2x = t \to x = \frac{t}{2} \to g(t) = \frac{5}{4}t^2+11 \xrightarrow{t \to x} g(x) = \frac{5}{4}x^2+11$

$\to g(x)$  $\xrightarrow[\text{۷ واحد راست}]{g(x-7)}$  $\longrightarrow$

تمرین مشابه (۱۱)

۲

۴

$f(x) = 3x-4 \quad fog(x) = 3x^2-6x-1 \to 3(g(x))-4 = 3x^2-6x-1$

درجه دو

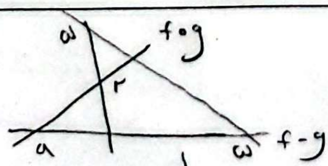
$3(ax^2+bx+c)-4 = 3x^2-6x-1 \to a=1, \ b=-2, \ 3c-4=-1 \to c=1$

$\to g(x) = x^2-2x+1$

$gof(x) = (3x-4)^2-2(3x-4)+1 = 9x^2-30x+25$

۲

۵



$2g(x) = 3f(x)-14$

ترکیب ۲ تابع و معادلات آن‌ها خطی است پس هر دو خطی اند

$g(x) = ax+b$

$f(x) = cx+d \to 2ax+2b = 3cx+3d-14 \to 2a = 3c, \ 2b = 3d-14$

$f-g = -x+5 \to (c-a)x+(d-b) = -x+5 \to c-a = -1, \ d-b = 5$

$\to a=3 \quad d=4 \quad c=2 \quad b=-1$

$g(x) = 3x-1$

$\to f(x) = 2x+4 \to fog(x) = 2(3x-1)+4 = \boxed{6x+2}$

$\to 6x+2 = 0 \to \boxed{x = -\frac{1}{3} = \alpha}$

۲

$f(x)=9^x \quad g(x)=\log_3^x \longrightarrow fog = 9^{\log_3^x} = x^{\log_3^9} = x^2$

$gof = \log_3^{9^x} = x\log_3^9 = 2x$

$\rightarrow fog(x) \le gof(x) \longrightarrow x^2 \le 2x \rightarrow x^2-2x \le 0 \qquad \begin{matrix} 0 & & 2 \\ + & - & + \end{matrix}$

$\rightarrow$ اعداد صحیح $\{0,1,2\} \longrightarrow$ ۳ عضو

۲ — ۶

$f\left(\dfrac{x^2-2}{x}\right) = x^2+x-4-\dfrac{2}{x}+\dfrac{4}{x^2} \longrightarrow \dfrac{x^2-2}{x}=t$

$\longrightarrow x-\dfrac{2}{x}=t \longrightarrow t^2 = x^2+\dfrac{4}{x^2}-4 \rightarrow f(t)=t^2+t$

$\longrightarrow \boxed{f(x)=x^2+x}$

۲ — ۷

$f(x)=\log_2^x \quad g(x)=8x-x^2 \rightarrow D_g=R, \; D_f: x>0$

$D_{fog}: x\in D_g \;\; g(x)\in D_f \rightarrow x\in R \cap 8x-x^2>0 \rightarrow 0<x<8$

۲

$\rightarrow D_{fog}: 0<x<8 = A \longrightarrow R_g: x_{\text{رأس}} = \dfrac{-8}{-2} = 4 \rightarrow g(4)=16$

$\rightarrow R_g (-\infty, 16] \xrightarrow{0<x<8} (0,16] \rightarrow \log_2^{(0,16]} \rightarrow fog \le 4 \rightarrow B=(-\infty, 4]$

$A\cap B = 0<x\le 4 \rightarrow$ ۴ عضو صحیح

۸

$h(x)=x^3+2x+1 \qquad fof(x)=1-3f^2(x) \longrightarrow f(x)=1-3x^2$

$g(x)=x-1$

$h(g(x))=f(x) \longrightarrow (x-1)^3+2(x-1)+1 = 1-3x^2$

$x^3-1-\cancel{3x^2}+3x+2x-2+\cancel{1} = \cancel{1}-\cancel{3x^2} \rightarrow x^3+5x-3=0$

مشتق: $3x^2+5 > 0 \longrightarrow$ تابع اکیداً صعودی است

همواره (+)

$\longrightarrow$ ۱ ریشه دارد

۲ — ۹

$f(x)=x-\dfrac{4}{x} \qquad gof = ax^3+2x$

ارفاق

$\rightarrow g(3)=8 \rightarrow x-\dfrac{4}{x}=3 \rightarrow x^2-4=3x \rightarrow x^2-3x-4=0 \rightarrow x=4, \; x=-1$

$g(3) = -a-2=8 \rightarrow -a=10 \rightarrow \boxed{a=-10}$

$64a+8=8 \longrightarrow a=0 \longrightarrow \alpha \longrightarrow \boxed{a = \cancel{0}}$

قابل قبول است!

۲ — ۱۰