نام و نام خانوادگی آرین طائی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۸ ..... کلاس دوازدهم ریاضی B

۱

$D_{gof} = \{x \in D_f \ / \ f(x) \in D_g\}$, $D_f : \begin{cases} x-1>0 \to x>1 & \text{I} \\ \log_2(x-1) \geq 0 \to x-1 \geq 1 \to x \geq 2 & \text{II} \end{cases} \to D_f = \text{I} \cap \text{II} = [2,+\infty)$

$D_{g(x)} \to -x^2+4x-4 \geq 0 \to x^2-4x+4 \leq 0 \to (x-2)^2 \leq 0 \to x=2 \to D_{g(x)} = \{2\}$

$D_{gof} = \{x \in [2,+\infty) \ / \ \sqrt{\log_2(x-1)} = 2\} = \{x \in [2,+\infty) \ / \ \log_2(x-1) = 4 \to (x-1)=16 \to x=17\}$

$\to D_{gof} = \{17\}$

۲

مجموع مربعات ریشه‌ها $= S^2-2P$

$f(x^2-3x+8) = g(2x-5) \to 2x^2-6x+16-5 = 4x^2+25-20x-6x+15+8$

$\to 2x^2-20x+37=0 \to S = \frac{-(-20)}{2} = 10 \ , \ P = \frac{37}{2}$

$\to S^2-2P = 100-37 = 63$

۳

$f(x) = 2x = t \to \frac{t}{2} = x$

$g(2x) = 5x^2+11 \to g(t) = \frac{5t^2}{4}+11 \to g(x) = \frac{5x^2}{4}+11$

با توجه به اینکه برد $g(x-7) = g(x)$ می باشند و تنها دامنه ها متفاوت می باشند، پس کمترین مقدار $g(x)$ را بدست می آوریم

$g(x) = \frac{5x^2}{4}+11$

$y_{\text{رأس}} = \frac{\Delta}{-4a} = \frac{-55}{-5} = 11$

۴

$f(x) = 3x-4 \to f(g(x)) = 3g(x)-4 = 3x^2-6x-1 = fog(x)$

$\to g(x) = x^2-2x+1$

$gof(x) = (3x-4)^2-2(3x-4)+1 = 9x^2-24x+16-6x+8+1$

$= 9x^2-30x+25$

۵

$f(x)-g(x) = -x+5 \to 2f(x)-2g(x) = -2x+10 \xrightarrow{2g(x) = 3f(x)-14}$

$2f(x)-3f(x)+14 = -2x+10$

$\to f(x) = 2x+4$

$2g(x) = 3f(x)-14 \to 2g(x) = 6x+12-14 \to g(x) = 3x-1$

$fog(x) = f(g(x)) = 6x-2+4 = 6x+2 \to 6x+2=0 \to x = \frac{-1}{3} \to a = \frac{-1}{3}$

$f\circ g_{(x)} = f(g_{(x)}) = 9^{\log_3^x} = x^2 \qquad g\circ f_{(x)} = g(f_{(x)}) = \log_3^{9^x} = 2x$ $x^2 \leq 2x \to x^2 - 2x \leq 0 \to$ (0, 2: + − +) $\Rightarrow x \in [0,2]$ I $D_{f\circ g_{(x)}} = \{x \in D_{g_{(x)}} / g_{(x)} \in D_{f_{(x)}}\} = \{x > 0 / \log_3^x \in IR\} = (0,+\infty)$ II $D_{g\circ f_{(x)}} = \{x \in D_{f_{(x)}} / f_{(x)} \in D_{g_{(x)}}\} = \{x \in IR / 9^x > 0\} = IR$ III $I \cap II \cap III = [0,2] \to$ ۳ عدد صحیح	۶
$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = x^2 + x - 4 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = \frac{x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 4}{x^2} = \frac{(x^2-2)^2 + x(x^2-2)}{x^2}$ $= \frac{(x^2-2)(x^2-2)}{x \times x} + \frac{x(x^2-2)}{x^2} = \frac{(x^2-2)(x^2-2)}{x \times x} + \frac{x^2-2}{x}$ $\xrightarrow{\frac{x^2-2}{x} = t} f_{(t)} = t^2 + t \Rightarrow f_{(x)} = x^2 + x$	۷
$D_{f\circ g} = \{x \in D_{g_{(x)}} / g_{(x)} \in D_{f_{(x)}}\} \to \{x \in IR / 8x - x^2 > 0 \to$ (0, 8: − + −)$\}$ $\to D_{f\circ g} = (0,8) = A$ $f\circ g_{(x)} = \log_2(8x - x^2) \longrightarrow$ با توجه به اینکه چون $8x-x^2$ در بازه (0,8)، با بازه (0,4) ... می‌باشد و تابع ما صعودی اکید در بازه (0,4) و (4,8) می‌باشد، با دادن ابتدا و انتهای دامنه به آن، برد را به ما می‌دهد. البته به اندکی حد هم نیازمندیم $x \to 0^+ \quad \log_2^{0^+} = -\infty$ $x = 4 \quad \log_2^{16} = 4$ $x \to 8^- \quad \log_2^{0^+} = -\infty$ $\to R_{f\circ g} = (-\infty, 4] = B \qquad A \cap B = (0,4]$	۸
$f\circ f_{(x)} = 1 - 3f^2_{(x)} \xrightarrow{f_{(x)} = t} f_{(t)} = 1 - 3t^2 \to f_{(x)} = 1 - 3x^2$ $h(g_{(x)}) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2x - 2 + 1 = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ $h(g_{(x)}) = f_{(x)} \to x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 1 - 3x^2 \to x^3 + 5x - 3 = 0$ معادله های درجه سوم در دامنه IR تنها یک ریشه دارند.	۹
$f_{(x)} = x - \frac{4}{x}$ $g_{(3)} = 8 \to g_{(3)} = g(f_{(x)}) \to f_{(x)} = 3 \to x - \frac{4}{x} = 3 \to x^2 - 3x - 4 = 0 \to x = -1,\ x = 4$ $\to g(f_{(x)}) = ax^3 + 2x \to g(f_{(-1)}) = g_{(3)} = -a - 2 = 8 \to a = -10$ $g(f_{(4)}) = g_{(3)} = 64a + 8 = 8 \to a = 0$	۱۰