دوازدهم ریاضی B

نام و نام خانوادگی: آرتیا طائی ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۸ ..... کلاس ....

۲۰ آفرین

۱

$D_{gof} = \{x \in D_f \,/\, f(x) \in D_g\}$, $D_f: \begin{cases} x-1>0 \to x>1 & \text{I} \\ \log_2(x-1) \geq 0 \to x-1 \geq 1 \to x \geq 2 & \text{II} \end{cases} \to D_f = \text{I} \cap \text{II} = [2,+\infty)$

$D_{g(x)} \to -x^2+4x-4 \geq 0 \to x^2-4x+4 \leq 0 \to (x-2)^2 \leq 0 \to x=2 \to D_{g(x)} = \{2\}$

$D_{gof} = \{x \in [2,+\infty) \,/\, \sqrt{\log_2(x-1)} = 2\} = \{x \in [2,+\infty) \,/\, \log_2(x-1) = 4 \to (x-1) = 16 \to x = 17\}$

$\to D_{gof} = \{17\}$

۲

۲

مجموع مربعات ریشه‌ها $= S^2 - 2P$

$f(x^2-3x+8) = g(2x-5) \to 2x^2-6x+16-5 = 4x^2+25-20x-6x+15+8$

$\to 2x^2-20x+37=0 \to S = \frac{-(-20)}{2} = 10 \;,\; P = \frac{37}{2}$

$\to S^2 - 2P = 100 - 37 = 63$

۲

۳

$f(x) = 2x = t \to \frac{t}{2} = x$

$g(2x) = 5x^2+11 \to g(t) = \frac{5t^2}{4}+11 \to g(x) = \frac{5x^2}{4}+11$

با توجه به اینکه برد $g(x-7) = g(x)$ می‌باشند و تنها دامنه‌ها متفاوت می‌باشند، پس کمترین مقدار $g(x)$ را بدست می‌آوریم

$g(x) = \frac{5x^2}{4}+11$

$y_{\text{رأس}} = \frac{\Delta}{-4a} = \frac{-55}{-5} = 11$

۲

۴

$f(x) = 3x-4 \to f(g(x)) = 3g(x)-4 = 3x^2-6x-1 = fog(x)$

$\to g(x) = x^2-2x+1$

$gof(x) = (3x-4)^2 - 2(3x-4)+1 = 9x^2-24x+16-6x+8+1$

$= 9x^2-30x+25$

۲

۵

$f(x)-g(x) = -x+5 \to 2f(x)-2g(x) = -2x+10 \xrightarrow{2g(x)=3f(x)-14} 2f(x)-3f(x)+14 = -2x+10 \to f(x) = 2x+4$

$2g(x) = 3f(x)-14 \to 2g(x) = 6x+12-14 \to g(x) = 3x-1$

$fog(x) = f(g(x)) = 6x-2+4 = 6x+2 \to 6x+2 = 0 \to x = -\frac{1}{3} \to a = -\frac{1}{3}$

۲

$$f\circ g(x) = f(g(x)) = 9^{\log_3 x} = x^2 \qquad g\circ f(x) = g(f(x)) = \log_3 9^x = 2x$$ ۶

$$x^2 \le 2x \rightarrow x^2 - 2x \le 0 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & 0 & & 2 & \\ + & | & - & | & + \end{array} \Rightarrow x \in [0,2] \quad \mathrm{I}$$

$$D_{f\circ g(x)} = \{x \in D_{g(x)} \,/\, g(x) \in D_{f(x)}\} = \{x > 0 \,/\, \log_3 x \in \mathbb{R}\} = (0,+\infty) \quad \mathrm{II}$$ ۲

$$D_{g\circ f(x)} = \{x \in D_{f(x)} \,/\, f(x) \in D_{g(x)}\} = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 9^x > 0\} = \mathbb{R} \quad \mathrm{III}$$

$\mathrm{I} \cap \mathrm{II} \cap \mathrm{III} = [0,2] \rightarrow$ ۳ عدد صحیح

$$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = x^2 + x - 4 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x^2} = \frac{x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 4}{x^2} = \frac{(x^2-2)^2 + x(x^2-2)}{x^2}$$ ۷

$$= \frac{(x^2-2)(x^2-2)}{x \times x} + \frac{x(x^2-2)}{x^2} = \frac{(x^2-2)(x^2-2)}{x \times x} + \frac{x^2-2}{x}$$

$$\xrightarrow{\frac{x^2-2}{x} = t} f(t) = t^2 + t \Rightarrow f(x) = x^2 + x$$ ۲

$$D_{f\circ g} = \{x \in D_{g(x)} \,/\, g(x) \in D_{f(x)}\} \rightarrow \{x \in \mathbb{R} \,/\, 8x - x^2 > 0 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & 0 & & 8 & \\ - & | & + & | & - \end{array}\}$$

$$\rightarrow D_{f\circ g} = (0,8) = A$$ ۲

$f\circ g(x) = \log_2 (8x - x^2) \longrightarrow$ با توجه به اینکه برد $8x-x^2$ در بازه (۰و۸) ، بازه (۰و۴] ۸
می‌باشد و تابع ما صعودی اکید در بازه (۰و۴) و (۴و۸)
می‌باشد، با دادن ۲ سر دامنه به آن، ۲ سر برد را به ما
می‌دهد. البته به اندکی حد هم نیازمندیم

$$\left.\begin{array}{l} x \to 0: \ \log_2 0^+ = -\infty \\ x = 4: \ \log_2 16 = 4 \\ x \to 8^-: \ \log_2 0^+ = -\infty \end{array}\right\} \rightarrow R_{f\circ g} = (-\infty, 4] = B \qquad A \cap B = (0,4]$$

$$f\circ f(x) = 1 - 3f^2(x) \xrightarrow{f(x) = t} f(t) = 1 - 3t^2 \rightarrow f(x) = 1 - 3x^2$$

$$h(g(x)) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2x - 2 + 1 = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$$ ۹ ۲

$$h(g(x)) = f(x) \rightarrow x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 1 - 3x^2 \rightarrow x^3 + 5x - 3 = 0$$

معادله‌های درجه سوم در دامنه IR تنها یک ریشه دارند.

$$f(x) = x - \frac{4}{x}$$

$$g(3) = 8 \rightarrow g(3) = g(f(x)) \rightarrow f(x) = 3 \rightarrow x - \frac{4}{x} = 3 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \ \begin{cases} \rightarrow x = -1 \\ \rightarrow x = 4 \end{cases}$$

$$\rightarrow g(f(x)) = ax^3 + 2x \rightarrow \begin{cases} g(f(-1)) = g(3) = -a - 2 = 8 \rightarrow a = 10 \\ g(f(4)) = g(3) = 64a + 8 = 8 \rightarrow a = 0 \end{cases}$$ ۱۰ ۲