امیر کاشف

تاریخ: / /

موضوع:

۱۷/۷۵

① ⓶

$y = \frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \Rightarrow yx-y = x^۲+x+۲ \Rightarrow x^۲+\underbrace{x-yx}_{(۱-y)x}+۲+y=۰$

$x = \frac{y-۱ \pm \sqrt{۱+y^۲-۲y-۸-۴y}}{۲} = \frac{y-۱ \pm \sqrt{y^۲-۶y-۷}}{۲} \Rightarrow (y-۷)(y+۱)$

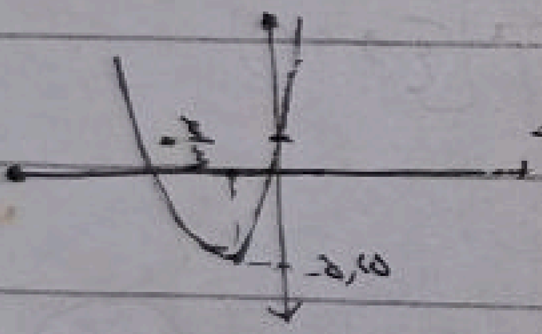
$(y-۷)(y+۱) \geq ۰ \Rightarrow$ + −۱ − ۷ + $\rightarrow \boxed{y \geq ۷ \cup y \leq -۱}$ ✓

② (۱/۷۵)

الف) $۲x^۲-۵x+۱ \xrightarrow{\frac{-b}{۲a}} = \frac{۵}{۴} \xRightarrow{\min} ۲\left(\frac{۵}{۴}\right)^۲-۵\left(\frac{۵}{۴}\right)+۱ = -\frac{۲۱}{۴} = -۵/۲۵$

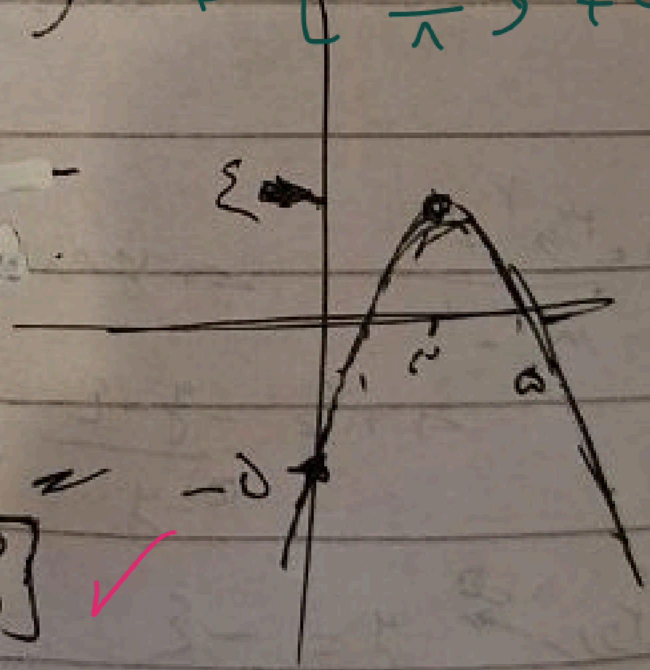
دقت!

$\frac{۲۵}{۸} - \frac{۲۵}{۴} + ۱ = \frac{-۲۵}{۸}+۱ = \frac{-۱۷}{۸}$



$\Rightarrow R_f = [-۵/۲۵, +\infty)$ $\quad R_f = \left[\frac{-۱۷}{۸}, +\infty\right)$

ب) $y = \sqrt{-x^۲+۶x-۵}$



$R_{(-x^۲+۶x-۵)} \Rightarrow R_f = [۰, ۲]$ ✓

ج) $y = \sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱} \Rightarrow$ بزرگترین توان فرد

$R_f = [۰, +\infty)$ ✓

د) $\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴) \Rightarrow$ بزرگترین توان فرد

$\Rightarrow R_f = (-\infty, +\infty)$ ✓ ⓶

③

الف) $\frac{-۳x+۱}{۲x-۶} \rightarrow R_f = R - \left\{\frac{۹}{۲}\right\} = \boxed{R - \left\{\frac{۳}{۲}\right\}}$ ✓

ب) $y=\sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}} \Rightarrow R_f=[۰,+\infty)-\{۲\}$ ✓

ج) $y=\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}}=\frac{x^۲+۳}{\sqrt{x^۲+۳}}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}} \xrightarrow{\text{عبارت همواره مثبت}}$ به فرم $a+\frac{۱}{a}$

$\Downarrow$ $\sqrt{x^۲+۳}$

$\Downarrow$ کمترین مقدار عبارت به ازای $x=۰$

$R_f\{\frac{۴}{\sqrt{۳}}$ ✓

مرتب بنویسید!

د) $y=x^۲+\frac{۱}{x^۲+۴} \Rightarrow \underbrace{x^۲+۴+\frac{۱}{x^۲+۴}}_{\text{عبارت} \ge \frac{۱۷}{۴}}-۴ \Rightarrow R_f=[\frac{۱}{۴},+\infty)$ ✓

④

$y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \Rightarrow yx^۲-y=۳x^۲+۴ \Rightarrow x^۲(۳-y)=-y-۴$

$\Rightarrow x^۲=\frac{-y-۴}{۳-y} \Rightarrow x=\sqrt{\frac{-y-۴}{۳-y}} \Rightarrow y>۳ \cup x\le -۴$ ۲ ✓

روش دوم
$x=۰ \rightarrow y=-۴$
$x=\infty \rightarrow y=۳$ مخرج تواند صفر شود $\Rightarrow x>۳ \cup x\le -۴$ ✓

⑤ ۲

$y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳} \Rightarrow y\sin x-۳y=۲\sin x-۱ \Rightarrow (y-۲)\sin x=۳y-۱$

$\sin x=\frac{۳y-۱}{y-۲} \Rightarrow -۱\le\frac{۳y-۱}{y-۲}\le ۱ \Rightarrow$ [illegible] $y<$ [illegible]

روش دوم
$\sin x=۱ \rightarrow -\frac{۳}{۲}$
$\sin x=-۱ \rightarrow \frac{۱}{۴}$

$\Rightarrow \boxed{-\frac{۳}{۲}\le y<\frac{۱}{۴}}$ ✓

۶

۱/۲۵

$$f(x) = \frac{x^۲ - x + \frac{۱}{۴}}{\underbrace{x^۲ - x + ۱}_{\text{هیچ چیزی مخرج را صفر نمی‌کند}}} \Rightarrow (x - \tfrac{۱}{۲})^۲ \longrightarrow \boxed{D_f = R}$$

$$yx^۲ - yx + y = x^۲ - x + \tfrac{۱}{۴} \Rightarrow (y-۱)x^۲ + (-y+۱)x + y - \tfrac{۱}{۴} = ۰$$

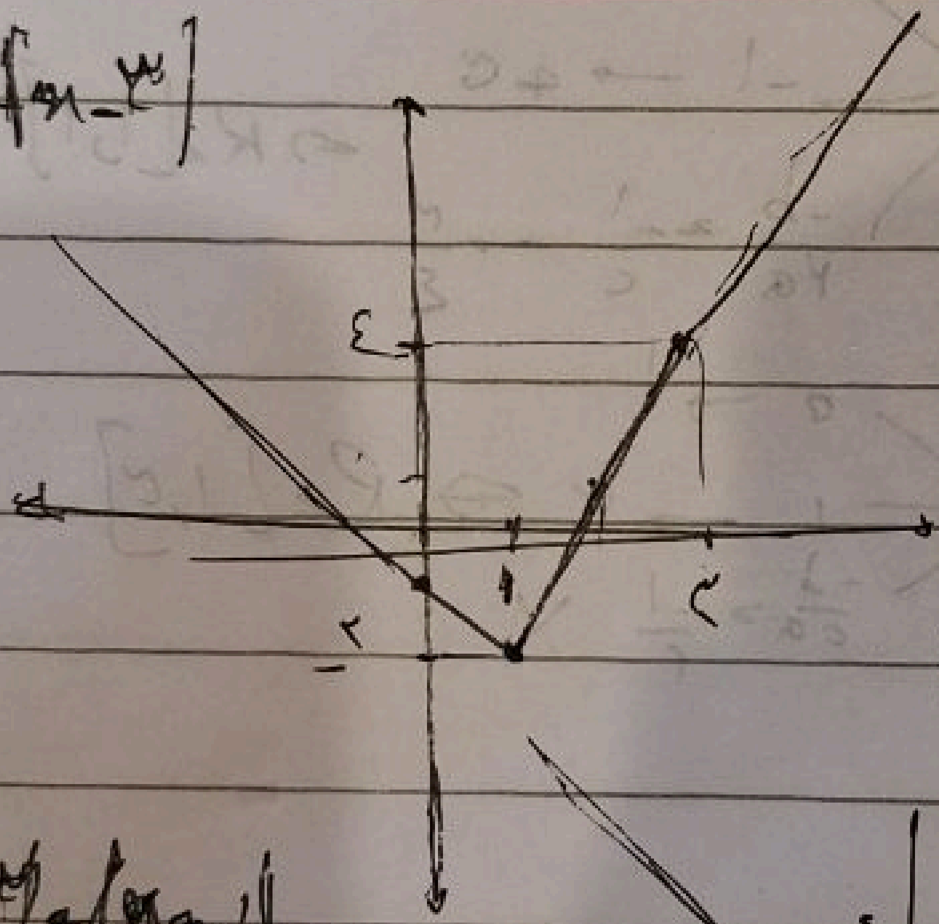
$$x = \frac{(y-۱) \pm \sqrt{(y-۱)^۲ - ۴(y - \frac{۱}{۴})(y-۱)}}{۲(y-۱)} \rightarrow ۰ \leq y < ۱$$

$R_f = [۰, ۱)$

۷

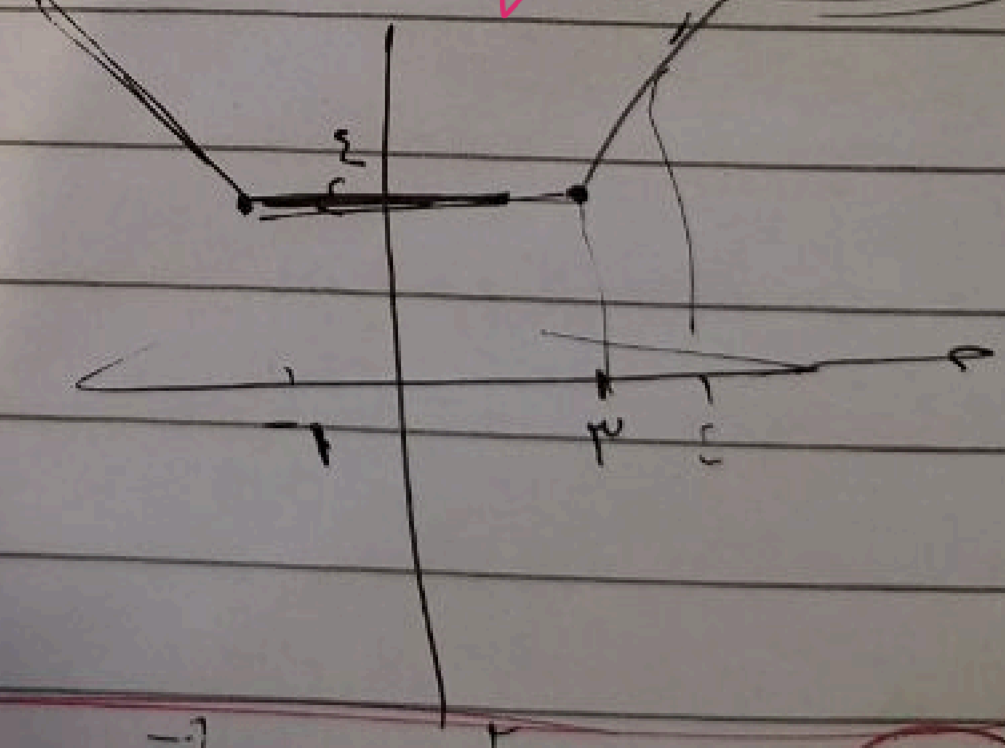
۲

الف) $y = |۲x - ۲| - [x - ۳]$



$R_f = [-۲, +\infty)$ ✓

ب) $y = |x - ۳| + |x + ۱|$



$R_f = [۴, +\infty)$ ✓

۸

۱

$\underbrace{|x - ۲| - |۲x + ۲|}$ ≤ ۱

-۱ ۲

x+۴ | -۳x | -x-۴

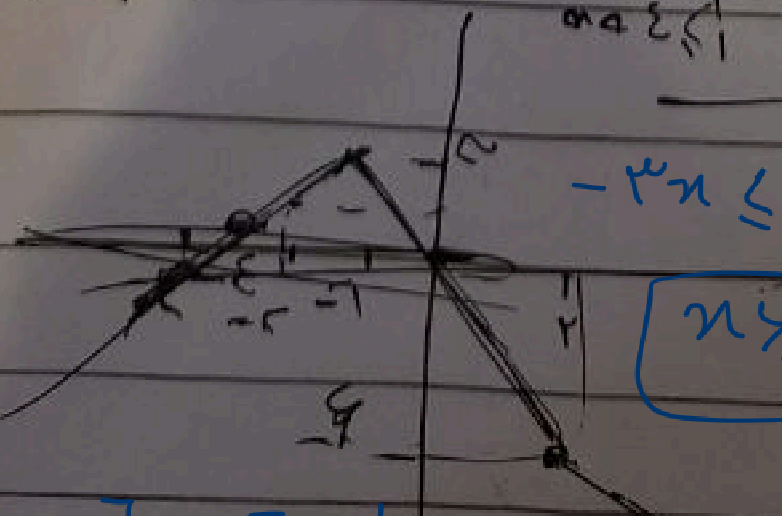
$x + ۴ \leq ۱$

$x \leq -۳$

$-۳x \leq +۱$

$\boxed{x \geq -\frac{۱}{۳}}$

$x = (-\infty, -۲) \cup [-\frac{۱}{۲}, ۲] \cup [۲, +\infty)$



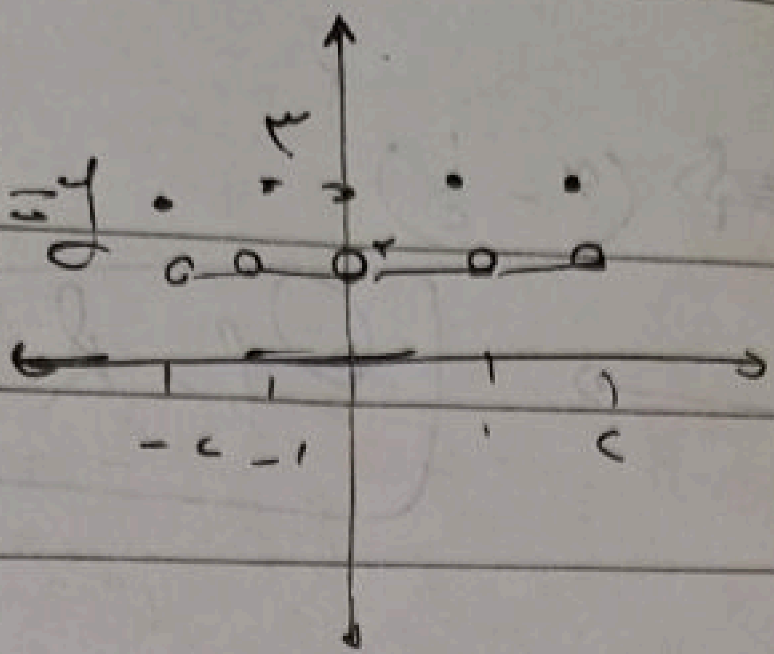
جواب $(-\infty, -۳] \cup [-\frac{۱}{۳}, +\infty)$

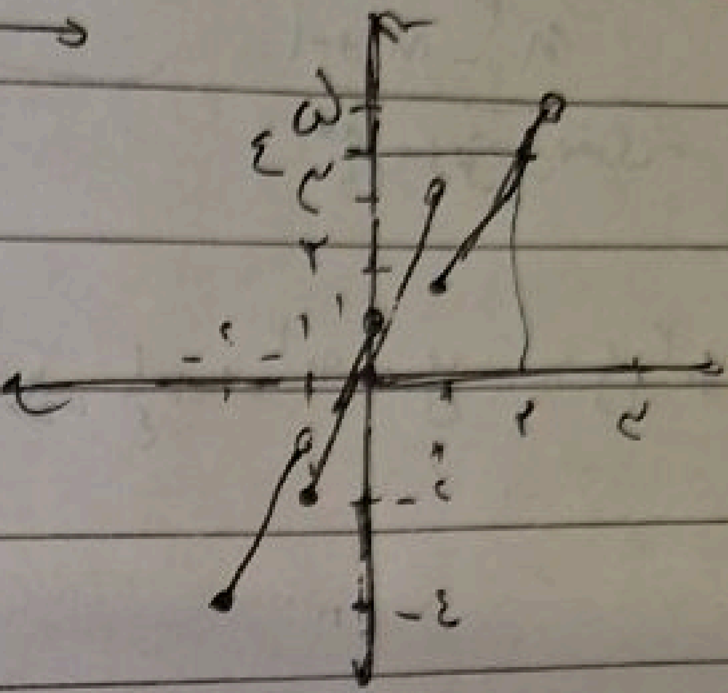
موضوع:

⑨ ٢

الف) $[x]+[-x]=y$

$R_e\{٢, ٣\}$ ✓





ب) $Cx_c - x = y$

$R_e[-٤, ٥)$ ✓

١٠ ١,٧٥

الف) $\sin x$

$١ \rightarrow ١$

$-١ \rightarrow ٤c$

$\frac{-b}{٢a} = \frac{-١}{٢} \rightarrow \boxed{\frac{٣}{٤}}$ → $R\left[\frac{٣}{٤}, ٣\right]$

→ $R_e[١, ٣]$

ب) $\sin' a$

$٠ \rightarrow ١$

$١ \rightarrow ٢$ → $R_e[١, ٢]$

$\frac{-b}{٢a} = \frac{-١}{٢}$ X ✓