Year......Month......Day......  Subject......

بنام خدا  ۱۸/۷۵

کیوان مکارم شب  تکلیف ۳  (دوازدهم تجربی B)

(۱) (۲)

$$y=\frac{x^2+x+2}{x-1}\xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} yx-y=x^2+x+2\longrightarrow x^2+(1-y)x+(2+y)=0$$

$$x=y-1\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}\Rightarrow (1-y)^2-4(2+y)\geq 0$$

$$\longrightarrow y^2-2y+1-8-4y\geq 0\longrightarrow y^2-6y-7\geq 0\longrightarrow (y+1)(y-7)\geq 0$$

$$\underset{+\quad -1\quad -\quad 7\quad +}{} \longrightarrow R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)\ \checkmark$$

(۲) (۲)

الف) $y=2x^2-5x+1\longrightarrow y_{\text{رأس}}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(25-8)}{8}=-\frac{17}{8}$

$\xrightarrow{a>0} R_f=(-\frac{17}{8},+\infty)\ \checkmark$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5}\ \xrightarrow{\text{رادیکال}}\ y_{\text{رأس}}=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-(36-20)}{-4}=4$

$\xrightarrow{a<0} R_f=[0,2]\ \checkmark$

ج) $R_f=[0,+\infty)\ \checkmark$ بزرگترین ضریب ۷ است. بنابراین: $(R_f=\sqrt{\mathbb{R}})$

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4)\longrightarrow R_f=(-\infty,+\infty)\ \checkmark$

(۳) (۱/۵)

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6}\longrightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{c}{a}\}\Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}\ \xrightarrow{\text{رادیکال}}\ R_f=[0,+\infty)-\{2\}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}\Rightarrow\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}\Rightarrow y=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}\ \xrightarrow[\text{طبق}*]{\sqrt{x^2+3}\geq 0}\ R_f=[\sqrt{3},+\infty)$

$*$ کمترین مقدار $\sqrt{x^2+3}=\sqrt{3}$ $\quad f(0)=\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\longrightarrow R_f=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

د) $=x^2+\frac{1}{x^2+4}\longrightarrow x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4\ \xrightarrow{x^2+4\geq 0}\ 2\leq x^2+4+\frac{1}{x^2+4}<+\infty$

$\xrightarrow{-4} R_f=-2\leq x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4<+\infty\longrightarrow R_f=[-2,+\infty)$

کمترین مقدار عبارت $\frac{1}{4}$ است! وقتی بردار $-2$ به قبل است که کمترین مقدار عبارت $-1$ باشد!

Year....... Month....... Day....... Subject:.......

(٤) (٢)

روش اصلی: $y=\dfrac{3x^2+4}{x^2-1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} yx^2-y=3x^2+4 \rightarrow yx^2-3x^2=y+4$

$x^2(y-3)=y+4 \rightarrow x^2=\dfrac{y+4}{y-3} \rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{y+4}{y-3}} \rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & 0 & - & \text{ت ن} & + \end{array}$

$\rightarrow R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

روش دوم: میدانیم $\Rightarrow 0<x^2<+\infty \longrightarrow ①\ x^2=0 \rightarrow y=-4\ ,\ ②\ x^2=+\infty \rightarrow y=3$

مخرج قابلیت صفر شدن دارد $\rightarrow$ : $R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

---

(۵) (٢)

روش اصلی: $y=\dfrac{2\sin x-1}{\sin x+3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} y\sin x+3y=2\sin x-1$

$y\sin x-2\sin x=-3y-1 \rightarrow \sin x(y-2)=-3y-1 \rightarrow \sin x=\dfrac{3y+1}{2-y}$

$-1\leq\sin x\leq 1 \longrightarrow -1\leq\dfrac{3y+1}{2-y}\leq 1 \longrightarrow ①\ \dfrac{3y+1}{2-y}\leq 1 \rightarrow \dfrac{3y+1-2+y}{2-y}\leq 0$

$\dfrac{4y-1}{2-y}\leq 0 \Rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & 0 & + & \text{ت ن} & - \end{array}$ $\rightarrow (-\infty,\frac{1}{4}]\cup(2,+\infty)$

$②\ \dfrac{3y+1}{2-y}\geq -1 \rightarrow \dfrac{3y+1+2-y}{2-y}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{2y+3}{2-y}\geq 0 \rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & 0 & + & \text{ت ن} & - \end{array}$

$\rightarrow [-\frac{3}{2},2) \xrightarrow[\cap]{①,②} R_f=\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right]$ ✓

روش دوم: میدانیم $\Rightarrow -1\leq\sin x\leq 1 \xrightarrow[\boxed{1}]{\sin x=1} y=\dfrac{2-1}{1+3}=\dfrac{1}{4}\ ,\ \xrightarrow[\boxed{2}]{\sin x=-1} y=\dfrac{-2-1}{-1+3}=-\dfrac{3}{2}$

$\boxed{1},\boxed{2}$ مخرج قابلیت صفر شدن ندارد $\Rightarrow R_f=\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right]$ ✓

---

(۶) (۱,۵)

$y=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1} \Rightarrow D_f=\mathbb{R}$ ✓ (چون در مخرج $\Delta<0$ است، ریشه ای ندارد که مخرج را صفر کند)

$0\leq x^2<+\infty \xrightarrow[①]{x^2=0} \dfrac{\frac{1}{4}}{1}=\dfrac{1}{4}\ ,\ ②:\ x^2=+\infty \rightarrow y=1 \rightarrow R_f=[\frac{1}{4},1)$

② راه: $yx^2-yx+y=x^2-x+\frac{1}{4} \rightarrow (y-1)x^2+(1-y)x+y-\frac{1}{4}=0$

$x=\dfrac{y-1\pm\sqrt{-4y^2+5y-1}}{2y-2} \geq 0 \rightarrow -4(y-1)(y-\frac{1}{4})\geq 0 \Rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 1 & \\ - & & + & & - \end{array}$

دقت کن!

Farhang Gostar

$\Rightarrow R_f=[\frac{1}{4},1]$ ✓

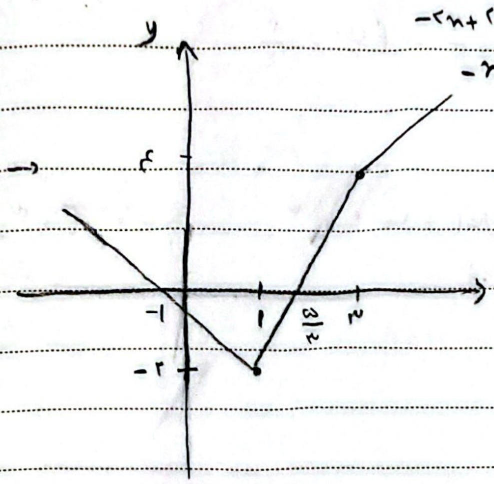
$x=\dfrac{(y-1)\pm\sqrt{(y-1)^2-4(y-\frac{1}{4})(y-1)}}{2(y-1)} \rightarrow 0\leq y<1 \quad R_f=[0,1)$

مخرج را صفر میکند

۷

الف) $y = |2x-2| - |x-3| \Rightarrow$

| | $1$ | | $3$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-2x+2+x-3$ | | $2x-2+x-3$ | | $2x-2-x+3$ |
| $-x-1$ | | $3x-5$ | | $x+1$ |

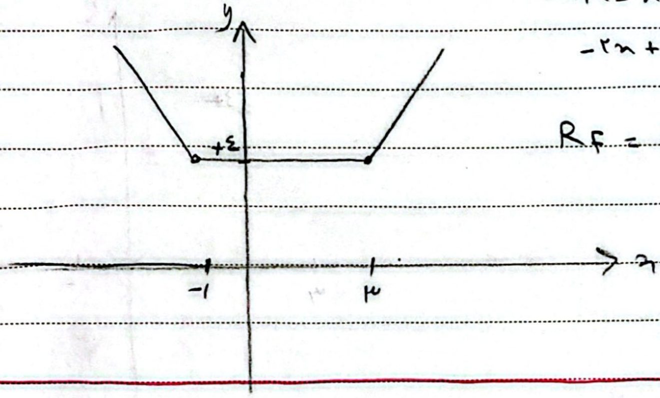


$R_f = [-2, +\infty)$ ✓

۲

ب) $y = |x-3| + |x+1| \Rightarrow$

| | $-1$ | | $3$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-x+3-x-1$ | | $3-x+x+1$ | | $x-3+x+1$ |
| $-2x+2$ | | $4$ | | $2x-2$ |



$R_f = [4, +\infty)$ ✓

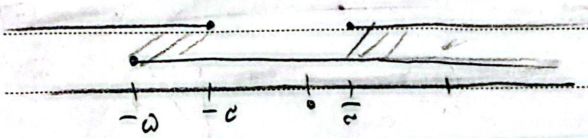
---

۸ 1,75

$|x-2| - |2x+2| \leq 1 \Rightarrow$

| | $-1$ | | $2$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-x+2+2x+2$ | | $2-x-2x-2$ | | $x-2-2x-2$ |
| $x+4$ | | $-3x$ | | $-x-4$ |

$\rightarrow -x-4 \leq 1 \rightarrow x \geq -5$ و $-3x \leq 1 \rightarrow x \geq \frac{1}{3}$ , $x+4 \leq 1 \rightarrow x \leq -3$



$(-\infty, -3]$

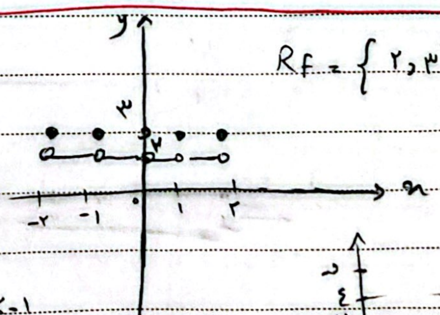
$\rightarrow [\cancel{-5}, -3] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$

---

۹

الف) $y = [x] + [-x] + 3$

$f(x) = \begin{cases} [x]+[-x] = 0 & x \in \mathbb{Z} \\ [x]+[-x] = -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$



$R_f = \{2, 3\}$ ✓

۲

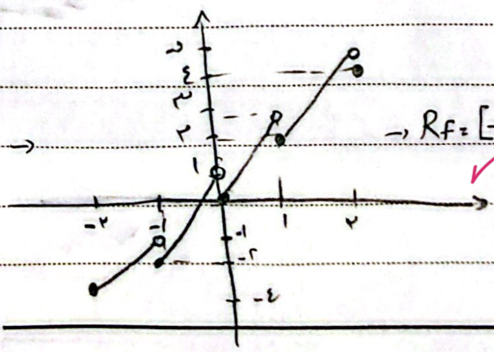
ب) $3x - [x] \rightarrow 3x+2 \quad -2 \leq x < -1$

$\rightarrow 3x+1 \quad -1 \leq x < 0$

$3x \quad 0 \leq x < 1$

$3x-1 \quad 1 \leq x < 2$

$3x-2 \quad x = 2$



$\rightarrow R_f = [-4, 5)$

Year........ Month.......... Day.......... Subject:..........

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1 \longrightarrow$ ① $\sin x = 1 \rightarrow y = 1 - 1 + 1 = 1$ ۱/۵ ۲

② $\sin x = -1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = ۳$ , $\frac{-b}{۲a} = \frac{1}{۲} \rightarrow f(\frac{1}{۲}) = \frac{۳}{۴}$

$\rightarrow R_f = [-1, ۳]$ ✓ ✓

ب) $y = \sin^۴ x + \sin^۲ x + 1$ ① $\sin^۲ x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = ۳$ $\rightarrow R_f = [1, ۳]$ ✓ ✓

② $\sin^۲ x = 0 \rightarrow y = 1$ , $\sin^۲ x = \frac{-1}{۲}$ × غ ق ق