دوازدهم پسر B

ساسان فندکاری

۱-

$y = \frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \rightarrow yx - y = x^۲+x+۲ \rightarrow ۰ = x^۲ + (۱-y)x + y+۲$

$\rightarrow x = \frac{y-۱ \pm \sqrt{(۱-y)^۲ - ۴(y+۲)}}{۲} \rightarrow \Delta \geq ۰ \rightarrow y^۲-۲y+۱ - ۴y - ۸ \geq ۰$

$\rightarrow y^۲ - ۶y - ۷ \geq ۰ \longrightarrow$

$\begin{array}{c|c|c} & -۱ & & ۷ & \\ + & & - & & + \end{array}$

$\rightarrow \boxed{R_y = (-\infty ، -۱] \cup [۷ ، +\infty)}$

۲-

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱ \longrightarrow ext = (\frac{۵}{۴} ، \frac{-۱۷}{۸}) \rightarrow \boxed{R_y = [\frac{-۱۷}{۸} ، +\infty)}$

$a \geq ۰$

ب) $y = \sqrt{-x^۲+۶x-۵} \rightarrow y' = -x^۲+۶x-۵ \rightarrow ext = (۳ ، ۴)$

$a \leq ۰ \longrightarrow R_{y'} = (-\infty ، ۴]$

$\longrightarrow \sqrt{y'} = y \longrightarrow \boxed{R_y = [۰ ، ۲]}$

ج) $y = \sqrt{x^۷ - ۳x^۲ + ۴x + ۱} \rightarrow y' = x^۷ - ۳x^۲ + ۴x + ۱ \rightarrow R_{y'} = \mathbb{R} \rightarrow y = \sqrt{y'}$

$\rightarrow \boxed{R_y = [۰ ، +\infty)}$

د) $\log(x^۳ - ۶x^۲ + ۷x + ۴) \rightarrow y' = x^۳ - ۶x^۲ + ۷x + ۴ = (۰ ، ۱] \rightarrow \log(y') = (-\infty ، ۰]$

$y' = x^۳ - ۶x^۲ + ۷x + ۴ = [۱ ، +\infty) \rightarrow \log(y') = [۰ ، +\infty)$

$\boxed{R_{\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴)} = (-\infty ، +\infty)}$

۳-

الف) $y = \frac{۳x+۱}{۲x-۶} \rightarrow R_y = R - \{\text{مجانب افقی}\} \rightarrow \boxed{R_y = R - \{\frac{۳}{۲}\}}$

ب) $y = \sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}} \rightarrow y' = \frac{۴x+۱}{x-۲} \rightarrow R_{y'} = R - \{۴\} \rightarrow y = \sqrt{y'} \rightarrow \boxed{R_y = [۰ ، +\infty) - \{۲\}}$

ج) $y = \frac{\overset{x^۲+۳+۱}{\cancel{x^۲+۴}}}{\sqrt{x^۲+۳}} \rightarrow \sqrt{x^۲+۳} + \frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}} \rightarrow$ [redacted]

$\sqrt{x^۲+۳} \neq ۱$

$\sqrt{x^۲+۳} \geq ۰$

$\rightarrow \min \sqrt{x^۲+۳} = \sqrt{۳}$

$\boxed{R_y = [\sqrt{۳} + \frac{۱}{\sqrt{۳}} ، +\infty)}$

د) $y = x^۲ + \frac{۱}{x^۲+۴} \rightarrow \underbrace{x^۲ + ۴ + \frac{۱}{x^۲+۴}} - ۴ \longrightarrow \boxed{R_y = [\frac{۱}{۴} ، +\infty)}$

$x^۲+۴ \neq ۱ \rightarrow \min x^۲+۴ = ۴$

$x^۲+۴ \geq ۰ \quad \downarrow$

$[\frac{۱۷}{۴} ، +\infty)$

-۴

$y = \frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \xrightarrow{\text{روش اصلی}} yx^۲ - y = ۳x^۲+۴ \rightarrow ۰ = (۳-y)x^۲ + y + ۴ \rightarrow x = \frac{۰ \pm \sqrt{۰-۴(۳-y)(y+۴)}}{۶-۲y}$

$y \neq ۳$

$\Delta \geq ۰ \rightarrow \cancel{۴y^۲ + ۱۶y - ۱۲y - ۴۸} \geq ۰$

$۴y^۲ + ۴y - ۴۸ \geq ۰$

$-۴ \quad ۳$

$+ \mid - \mid + \Big\} \boxed{R_y = (-\infty, -۴] \cup (۳, +\infty)}$

$y = \frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱}$ روش دوم $\begin{cases} \rightarrow x^۲ = ۰ \rightarrow y = -۴ \\ \rightarrow x^۲ = +\infty \rightarrow y \simeq ۳ \rightarrow \frac{۳\infty+۴}{\infty-۱} \rightarrow y \neq ۳ \end{cases} \Big\} \boxed{R_y = (-\infty, ۴] \cup (۳, +\infty)}$

$x^۲-۱$ نمی‌تواند صفر شود

-۵

$y = \frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۳} \xrightarrow{\text{روش اصلی}} y\sin x + ۳y = ۲\sin x - ۱ \rightarrow ۳y+۱ = (۲-y)\sin x$

$\rightarrow \sin x = \frac{۳y+۱}{۲-y} \longrightarrow y \neq ۲ \quad -۱ \leq \frac{۳y+۱}{۲-y} \leq ۱$

$\begin{cases} \cancel{۳y+۱ \leq ۲-y} \; y \leq \frac{۱}{۴} \; y < ۲ \rightarrow y \leq \frac{۱}{۴} \\ \cancel{۳y+۱ \geq ۲-y} \; y > ۲ \rightarrow y > ۲ \end{cases} \quad \cup = \begin{matrix} y \leq \frac{۱}{۴} \\ \text{و} \\ y > ۲ \end{matrix}$

$y \geq \frac{۱}{۴}$

$-\frac{۳}{۲} \leq y$

$\begin{cases} \cancel{y-۲ \leq ۳y+۱} \; y < ۲ \rightarrow -\frac{۳}{۲} \leq y < ۲ \\ \cancel{y-۲ \geq ۳y+۱} \; y > ۲ \rightarrow \emptyset \end{cases} \quad \cup = -\frac{۳}{۲} \leq y < ۲$

$-\frac{۳}{۲} \geq y$

$\cap$

$\boxed{R_y = [-\frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۴}]}$

$y = \frac{۲\sin x - ۱}{\sin x + ۳}$ روش دوم $\begin{cases} \rightarrow \sin x = -۱ \rightarrow y = -\frac{۳}{۲} \\ \rightarrow \sin x = ۱ \rightarrow y = \frac{۱}{۴} \end{cases} \Big\} \rightarrow \boxed{R_y = [-\frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۴}]}$

$\sin x + ۳$ نمی‌تواند صفر شود

-۶

$f(x) = \frac{x^۲ - x + \frac{۱}{۴}}{x^۲ - x + ۱}$

$\rightarrow \Delta < ۰ \xrightarrow{\text{مخرج ریشه ندارد}} \boxed{D_f = R}$

$f(x) = \frac{۱(x^۲-x) + \frac{۱}{۴}}{۱(x^۲-x)+۱} \begin{cases} \rightarrow x^۲ - x = -\frac{۱}{۴} \rightarrow y = ۰ \\ \rightarrow x^۲ - x = \infty \rightarrow y \simeq ۱ \rightarrow \frac{\infty + \frac{۱}{۴}}{\infty + ۱} \neq ۱ \end{cases} \Big\} \boxed{R_f = [۰, ۱)}$

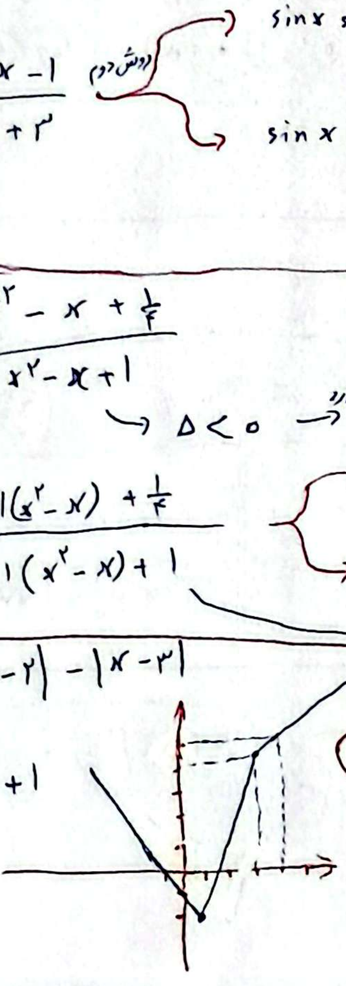
مخرج ریشه ندارد

-۷

الف) $y = |۲x-۲| - |x-۳|$

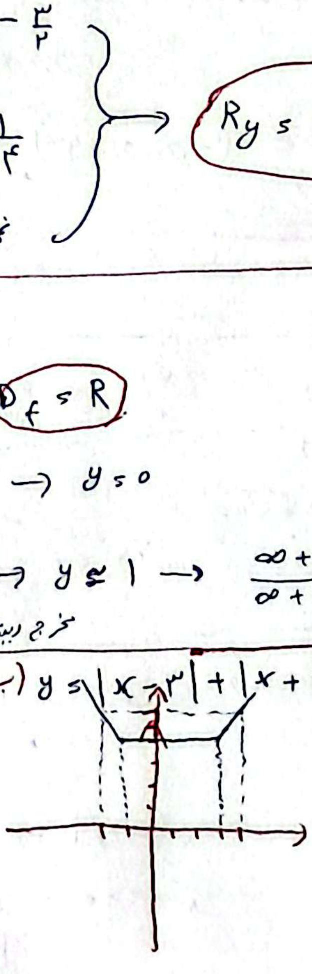
$۱ \quad ۳$

$-x-۱ \mid ۳x-۵ \mid x+۱$



$\boxed{R_y = [-۲, +\infty)}$

ب) $y = |x-۳| + |x+۱| \rightarrow$ گلدونی

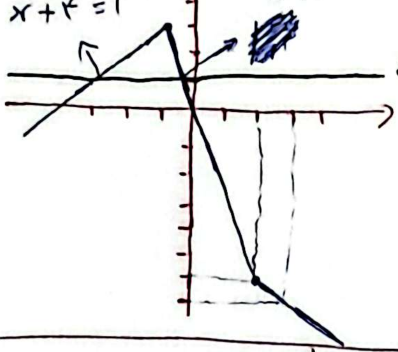


$\boxed{R_y = [۴, +\infty)}$

۸-

$|x-۲| - |۲x+۲| \leq ۱$

$x+۴ \overset{-۱}{\Big|} -۳x \overset{۲}{\Big|} -x-۴$



$x=-۳$

$x+۴=۱$

$-۳x=۱ \rightarrow x=-\frac{۱}{۳}$

[illegible]

$y=۱$

$\boxed{x \in (-\infty , -۳] \cup [-\frac{۱}{۳} , +\infty)}$

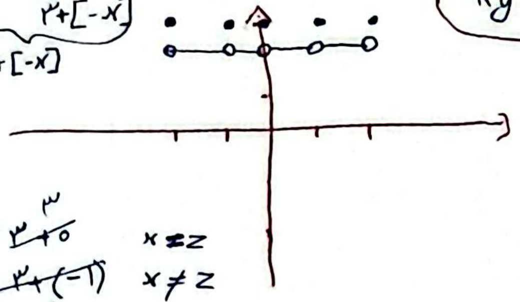
۹-

الف) $y=[x]+[۳-x]$ $\quad D_y=[-۲ , ۲]$

$\underbrace{[۳-x]}_{۳+[-x]}$

$۳+[x]+[-x]$

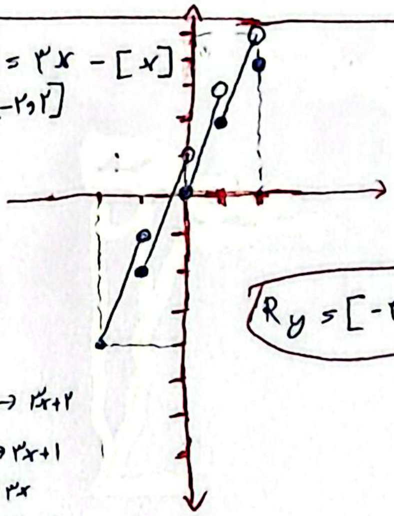
$\begin{cases} \overset{۳}{\cancel{۳+۰}} & x \in Z \\ \underset{۲}{\cancel{۳+(-۱)}} & x \notin Z \end{cases}$



$\boxed{R_y=\{۲,۳\}}$

ب) $y=۳x-[x]$

$D_y=[-۲,۲]$



$\boxed{R_y=[-۴,۵)}$

$[-۲,-۱) \rightarrow ۳x+۲$

$[-۱,۰) \rightarrow ۳x+۱$

$[۰,۱) \rightarrow ۳x$

$[۱,۲) \rightarrow ۳x-۱$

$\{۲\} \rightarrow ۳x-۲$

۱۰-

الف) $y=\sin^۲ x - \sin x + ۱$

$\rightarrow \sin x = ۱ \rightarrow y=۱$

$\rightarrow \sin x = -۱ \rightarrow y=۳$

$\rightarrow \sin x = \frac{-b}{۲a} = \frac{۱}{۲} \rightarrow y=\frac{۳}{۴}$

$\rightarrow \boxed{R_y=[\frac{۳}{۴} , ۳]}$

ب) $y=\sin^۴ x + \sin^۲ x + ۱$

$\rightarrow \sin^۲ x = ۱ \rightarrow y=۳$

$\rightarrow \sin^۲ x = ۰ \rightarrow y=۱$

$\rightarrow$ ~~$\sin^۲ x = \frac{-b}{۲a} = -\frac{۱}{۲}$~~ $\rightarrow$ [illegible] غ ق ق

$\rightarrow \boxed{R_y=[۱ , ۳]}$