

نام و نام خانوادگی ..... آبروی ..... خالق نریزایی ر پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

$$\left. \begin{array}{l} f(r) = 1 - \frac{a}{r} \\ f(1) = 1 - a \end{array} \right| \Rightarrow \frac{f(r) - f(1)}{r - 1} = \frac{1 - \frac{a}{r} - 1 + a}{r - 1} = \frac{a}{r}$$

آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = 1 - \frac{a}{x}$  در بازه  $[1, r]$  با آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟ ( $a \neq 0$ )

$$f'(a) = \frac{a}{a^2} \Rightarrow \frac{a}{a^2} = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \pm \sqrt{a}$$

۱

$$2ax^2 - 3x + 11a = x \Rightarrow 2ax^2 - 3x + 11a = 0, x < 0$$

سهمی  $y = 2ax^2 - 3x + 11a$  در نقطه‌ی A بر نیمساز ناحیه‌ی سوم محورهای مختصات مماس است، مقدار  $a$  را بیابید.

$f(x) = 2ax^2 - 3x + 11a = 0$   $\Rightarrow 2a^2 < 9 \Rightarrow a^2 < \frac{9}{2} \Rightarrow a < \frac{3}{\sqrt{2}}$  تفاوت

$\Rightarrow a < \frac{3}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow -f(a) = 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow a < -\frac{1}{\sqrt{2}}$

۲

$$y = x^3 - 12x + 2 \Rightarrow y = 3x^2 - 12 \Rightarrow x = \pm 2$$

مقدار مینیمم نسبی تابع  $y = x^3 - 12x + 2$  را بیابید.

$x$	$-2$		$2$
$y'$	+	-	+
جهت	↗	↘	↗

$x = +2 \Rightarrow y = 8 - 24 + 2 = -14$

۳

$$y = x^3 + ax^2 - 12x - 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax - 12 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow -12 < 0$$

نمودار تابع  $y = x^3 + ax^2 - 12x - 5$  در نقاطی به طول صفر و  $-2$  دارای اکسترم نسبی است. فاصله‌ی بین نقاط اکسترم نسبی این تابع را بیابید.

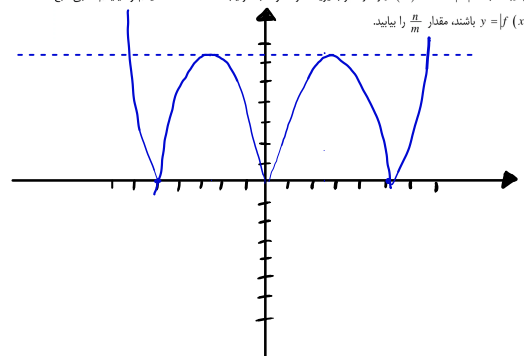
$$x = -2 \Rightarrow 12 - 4a - 12 < 0 \Rightarrow a > 3$$

$$\Rightarrow f(a) = a^3 + 2a^2 - 5 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = -5 \\ f(-2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{29} = \sqrt{29}$$

۴

$$\left. \begin{array}{l} m < 3 \\ n < 3 \end{array} \right| \Rightarrow \frac{n}{m} < \frac{3}{3}$$

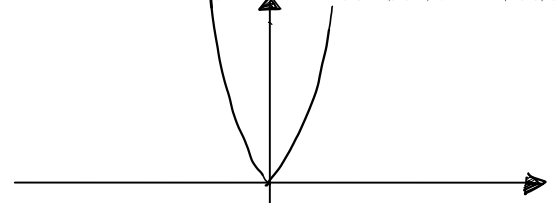
تابع  $f(x)$  با ضابطه  $f(x) = x^3 - 3|x|$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی تابع  $y = f(x)$  باشند، مقدار  $\frac{n}{m}$  را بیابید.



۵

تابع  $|f(x)|$  که در آن  $f(x) = x(|x+3|)$  است، چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

⇒ رسم شکل



$f(x) = x(|x+3|)$  تابع زوج است  
 $n > 0 \Rightarrow m^2 + 3m$   
 $n < 0 \Rightarrow -m^2 - 3m$

برای تساوی در مشتق جبهه در راسته  $\Rightarrow$  شکل نمودار  
 در نقطه  $(0,0)$  نقطه  $m=0$  نقطه بحرانی است  
 در آنجا که مقدار مشتق برابر ۰ شود  
 و در آنجا که مقدار مشتق برابر ۰ شود

۶

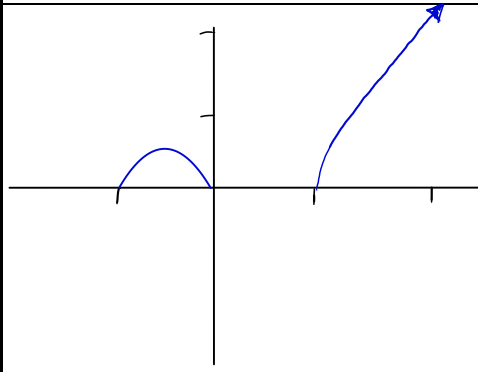
ماکسیمم مطلق تابع  $f(x) = \sqrt{x^2|x-a|}$  روی بازه  $[0, a]$  برابر  $\frac{1}{5}$  است، مقدار  $a$  را بیابید.

$f(x) = \sqrt{x^2|x-a|} = x\sqrt{|x-a|}$   
 $\rightarrow f'(x) = -\frac{a}{x} + a\sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{a}{x} + \frac{1}{2}ax^{-\frac{1}{2}}$   
 $\rightarrow f'(x) = x^{-\frac{1}{2}} \left( -\frac{a}{x} + \frac{1}{2}a \right)$

$\Rightarrow x = \frac{2a}{3} \Rightarrow f\left(\frac{2a}{3}\right) = \sqrt{\left(\frac{2a}{3}\right)^2 \left(a - \frac{2a}{3}\right)} = \frac{2a}{3} \sqrt{\frac{a}{3}}$   
 $\Rightarrow a = \frac{9}{5}$

۷

تابع  $f(x) = \sqrt{x|x-k|}$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی و  $k$  تعداد نقاط بحرانی تابع باشند، مقدار  $\frac{km+n}{k-n}$  کدام است؟



$m = 1$   
 $k = 2$   
 $n = 0$   
 $\frac{km+n}{k-n} = \frac{2+0}{2-0} = 1$

۸

به ازای چند مقدار صحیح  $m$  تابع  $y = \frac{mx+y}{x-1+m}$  روی بازه  $(1, +\infty)$  نزولی است؟ ( $m \neq 2$ )

$f(x) = \frac{mx+y}{x-1+m}$  نزولی  $\Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow \frac{m^2-m-2}{(x+m-1)^2} < 0 \Rightarrow m^2-m-2 < 0, -1 < m < 2$

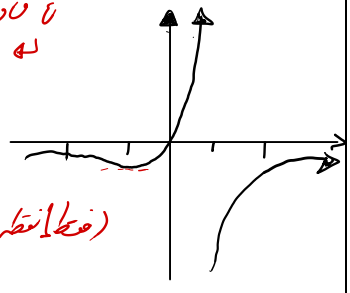
$\Rightarrow m \in (-1, 2) \Rightarrow m = 0, 1$

۹

تابع  $f(x) = \frac{x}{1-x|x|}$  چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

$f(x) = \frac{x}{1-x|x|}$   
 $\Rightarrow \frac{x}{1-x^2}$   
 $\Rightarrow \frac{x}{1+x^2}$

$f'(x) = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2} \Rightarrow x = 1$   
 $f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} \Rightarrow x = -1$



$x$	-	+	+	+
$y$	-	+	+	+
$y'$	+	-	-	-

(فقط ۲ نقطه بحرانی)

۱۰