راه حل تشریحی

۱) $f(x)=1-\frac{a}{x} \rightarrow [1,3] \rightarrow \frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{-\frac{a}{3}+\frac{a}{1}}{2}=\frac{a}{3}$

$f'(x)=\frac{a}{x^2} \rightarrow \frac{a}{x^2}=\frac{a}{3} \rightarrow x^2=3 \xrightarrow[x>1]{} x=\sqrt{3}$

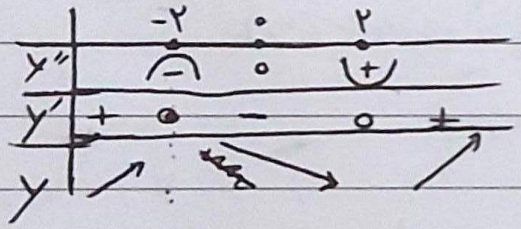
۲) $y_2=2ax^2-5x+11a \quad , \quad y_1=x \leq 0$

$y_2-y_1=2ax^2-6x+11a \rightarrow \Delta=0 \Rightarrow 6^2-4(2a)(11a)=0$

$\rightarrow 144a^2=36 \rightarrow a^2=\frac{1}{4}$

$y_2-y_1=2ax^2-6x+11a \rightarrow y_2'-y_1'=4ax-6=0 \Rightarrow a=\frac{6}{4x} \leq 0 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

۳) $y=x^3-12x+2 \rightarrow y'=3x^2-12 \rightarrow y''=6x$



$\rightarrow$ $x=2$, $y'=0$, $y''>0$, $y=-14$

تابع پیوسته ودر $x=2$ مشتق آن ۰ و در این نقطه از − به + تغییر علامت داده پس مین نسبی است

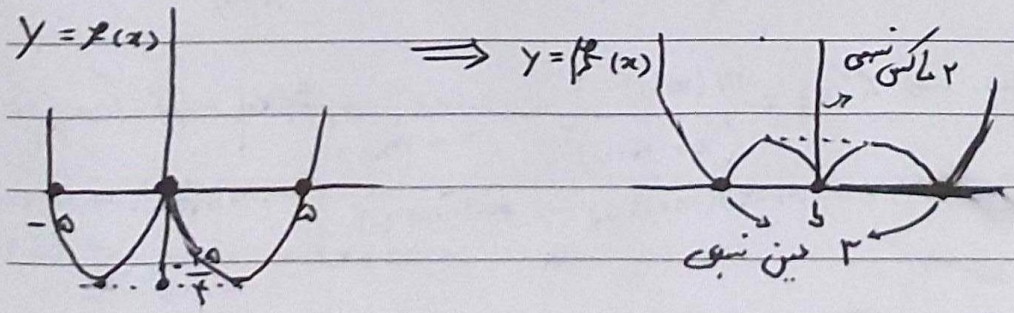
۴) $y=x^3+ax^2-2bx-4 \rightarrow y'=3x^2+2ax-2b$

$y'(0)=-2b=0 \quad , \quad y'(-2)=12-4a-2b=0 \rightarrow a=3, b=0$

$\rightarrow y=x^3+3x^2-4 \rightarrow y(0)=-4, \; y(-2)=0 \rightarrow d=\sqrt{(\Delta x)^2+\Delta y^2}=\sqrt{4^2+4^2}$

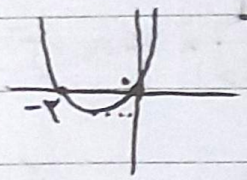
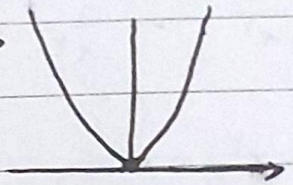
$d=4\sqrt{2}$

۵) $f(x)=x^2-5|x| \rightarrow y=|f(x)|=\left||x|^2-5|x|\right|$



$\rightarrow \begin{matrix} m=2 \\ n=3 \end{matrix} \rightarrow \frac{n}{m}=1.5$

۶) $f(x) = x\underbrace{(|x|+۲)}_{>0} \longrightarrow y = |f(x)| = |x(|x|+۲)| = |x|(|x|+۲)$

$y = x(x+۲)$  $\longrightarrow y = |x|(|x|+۲)$ 

$\rightarrow f(x) = x(x+۲)$ $\underset{x>0}{}$ ، $f(x) = x(x-۲), f(۰)=۰ \rightarrow f'_+(۰)=۲, f'_-(۰)=-۲ \rightarrow$ قطا اکید بحرانی دارد

۷) $x \in [۰,a] \longrightarrow f(x) = x^{\frac{۲}{۳}}(a-x) \rightarrow f'(a) = \frac{۲}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(a-x) - x^{\frac{۲}{۳}}$

$f'(x) = \frac{۲}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(۲a-۲x-۳x) = ۰ \longrightarrow x = \frac{۲a}{۵}$

$f(\frac{۲a}{۵}) = (\frac{۲a}{۵})^{\frac{۲}{۳}}(\frac{۳a}{۵}) = ۱,۵$

$(\frac{۲a}{۵})^{\frac{۲}{۳}}(\frac{۳a}{۵}) = ۱ \rightarrow (\frac{۲a}{۵})^{\frac{۵}{۳}} = ۱ \rightarrow a = ۲,۵$

۸) $f(x) = \sqrt{x|x|-x} \rightarrow x(|x|-۱) \geq ۰ \rightarrow$ $\rightarrow D_f = [-۱,۰] \cup [۱,+\infty)$

$\longrightarrow x \geq ۱ : f(x) = \sqrt{x^۲-x} \rightarrow f'(x) = \frac{۲x-۱}{۲\sqrt{x^۲-x}} = ۰ \rightarrow x = \frac{۱}{۲}$ ~~غ~~

$\longrightarrow -۱ \leq x \leq ۰ : f(x) = \sqrt{-x^۲-x} \rightarrow f'(x) = \frac{-۲x-۱}{۲\sqrt{-x^۲-x}} = ۰$

$\rightarrow x = -\frac{۱}{۲} \rightarrow \begin{cases} x > -\frac{۱}{۲} : f' < ۰ \\ x < -\frac{۱}{۲} : f' > ۰ \end{cases}$ مینیمم نسبی ماکسیمم

بحرانی: $\{(-۱,۰), (۰,۰), (۱,۰), (-\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۴})\}$

مینیمم: $\{(-۱,۰), (۱,۰)\}$ ماکسیمم: $\{(-\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۴})\} \rightarrow \begin{matrix} m=۱ \\ n=۰ \\ k=۴ \end{matrix} \rightarrow \frac{km+n}{k-n} = m = ۱$ ✓

۹) $f(x) = \frac{mx+۲}{x+(m-۱)} \rightarrow f'(x) = \frac{m(m-۱)-۲}{(x+(m-۱))^۲} \rightarrow$ عجایب عدد با قبل از اعداد بزرگ $m \leq -۱ \rightarrow m \geq ۰$

$\rightarrow f'(x) < ۰ \rightarrow m^۲-m-۲ < ۰ \rightarrow (m-۲)(m+۱) \leq ۰ \rightarrow -۱ \leq m \leq ۲$ $\begin{cases} ۲ \leq m \leq -۱ \\ m \neq ۲ \end{cases}$ $\rightarrow m = ۰, ۱$ ۲ تا صحیح

۱۰) $f(x) = \frac{x}{۱-x|x|} \rightarrow$ (

$x \geq ۰ : f(x) = \frac{x}{۱-x^۲} \rightarrow f'(x) = \frac{۱+x^۲}{(۱-x^۲)^۲} > ۰ \rightarrow$ عجایب عدد داریم $\rightarrow ۱ \neq x$

$\rightarrow x \leq ۰ \rightarrow f(x) = \frac{x}{۱+x^۲} \rightarrow f'(x) = \frac{-x^۲+۱}{(x^۲+۱)^۲} = ۰ \rightarrow x = -۱, y = -\frac{۱}{۲}$ ، مینیمم نسبی $\rightarrow$ ۱ نقطه بحرانی