نوید امینی - تکلیف ۲۳

۱۹,۵ آفرین

۱)

$g'(x) = (2\tan x(1+\tan^2 x) - \sqrt{2}\sin x) \times f'(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x)$

$g'(\frac{\pi}{4}) = (\underbrace{2(1)(2)}_{3} - 1) \times f'(2) = \sqrt{3} \rightarrow f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

۲)

$f(x) = \frac{(2+\cos x)(\cos^2 x - 2\cos x + 4)}{(2+\cos x)(2-\cos x)} \rightarrow f - g(x) = \frac{\cos^2 x - 2\cos x}{2-\cos x} = -\cos x$

$(f-g)'(x) = \sin x \xrightarrow{x=\frac{7\pi}{6}} \sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

۳)

$f'_+(\frac{3}{4}) = \lim_{x\to\frac{3}{4}^+} \frac{f(x) - f(\frac{3}{4})}{x - \frac{3}{4}} = \frac{4(x-\frac{3}{4})\sqrt{ax} - 0}{x-\frac{3}{4}} = 4\sqrt{ax}$

$f'_-(\frac{3}{4}) = \lim_{x\to\frac{3}{4}^-} \frac{f(x) - f(\frac{3}{4})}{x - \frac{3}{4}} = \frac{(3-4x)\sqrt{ax}}{x-\frac{3}{4}} = -4\sqrt{ax}$

$4\sqrt{ax} = \frac{4\sqrt{6}}{1} \rightarrow 16ax = 96 \rightarrow ax = \frac{6}{16} \rightarrow a = \frac{1}{2}$

۴)

$f'(4) = -a$

$f(4) = -4a + 2 \longrightarrow -5a + 2 = -1 \rightarrow a = \frac{3}{5} \rightarrow f'(4) = -\frac{3}{5}$

۵)

$y = \frac{x+5}{7}$ $\quad \frac{x+5}{7} = \frac{ax-1}{3x+1} \longrightarrow 3x^2 + 16x + 5 = 7ax - 7$

$3x^2 + (16 - 7a)x + 12 = 0$

$(16-7a)^2 = 4 \times 3 \times 12 \longrightarrow 16 - 7a = 12 \rightarrow a = \frac{4}{7}$

$16 - 7a = -12 \rightarrow a = 4$

$a = 4 \rightarrow 3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 0$

$x = 2$

(۶

$f'(۲)=۰ \to ۳x^۲+a \to a=-۱۲$

$f(۲)=۰ \to ۸-۱۲(۲)-b=۰ \to b=-۱۶ \to -۱۶+۱۲=-۴$ ✓ ۲

(۷ ۱/۵

$x\to ۰ \Rightarrow f(x)\sim x^{۲n}$

$f'(x)\sim ۲nx^{۲n-۱}$

$n=۲,\ m=\frac{۳}{۲} \to ۲m+n=۵$

$\frac{۲nx^{۴n-۱}}{(\frac{x^۲}{۲})^m}=۳۲\sqrt{۲} \to \lim_{x\to ۰} x^{۴n-۲m-۱}\times ۲^{m+۱}\times n=۳۲\sqrt{۲}$

اگر توان x صفر نشود حد نمی‌تواند ۳۲√۲ شود

$۲m=۴n-۱ \to m=۲n-\frac{۱}{۲}$

$\to ۲^{۲n+\frac{۱}{۲}}\times n=۲^{\frac{۱۱}{۲}}$

$if\ n=۲ \to ۲^{\frac{۹}{۲}}\times ۲^۱=۲^{\frac{۱۱}{۲}}$ ✓

n حتما باید توانی از ۲ باشد وگرنه تساوی برقرار نبود و فقط n=۲ جواب است.

(۸

$(f^{-1})'(۲)$

$f(x)=۲ \to \frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۱}=۲ \to \sqrt{x}+۱=۲\sqrt{x}-۲ \to \sqrt{x}=۳ \to x=۹$ ۲

$f'(x)=\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\times\frac{-۲}{(\sqrt{x}-۱)^۲}\Big|_{x=۹} \to \frac{۱}{۶}\times\frac{-۲}{۴}=-\frac{۱}{۱۲} \to (f^{-1})'(۲)=-۱۲$ ✓

(۹

$\frac{f(۰)-f(-۱)}{۰+۱}=-۱۱ \to f(۰)-f(-۱)=-۱۱ \to f(-۱)=۱۲$

$f(۰)=۱$

$۸(-a+۱)=۱۲ \to -a+۱=\frac{۳}{۲} \to a=-\frac{۱}{۲} \qquad x=-۲a=۱$

$۳(x^۲+۱)^۲(۲x)(-\frac{۱}{۲}x+۱)+(x^۲+۱)^۳(-\frac{۱}{۲})$ ✓ ۲

$۳(۲)^۲\times ۲(۱)(\frac{۱}{۲})+(۲)^۳\times -\frac{۱}{۲}$

$۳\times ۴+-۴=۸$ ✓ $\quad -۴$

(۱۰

$y=-\cos ۲x=g(x)$

$f(x)=\sin x\cos ۲x$

آهنگ متوسط $\frac{f(\frac{\pi}{۲})-f(\frac{\pi}{۴})}{g(\frac{\pi}{۲})-g(\frac{\pi}{۴})}=\frac{۱(-۱)-۰}{۱-۰}=-۱$ ✓ ۲

نمره امتحان - تکالیف ۲۳

۷

$$\lim_{n\to 0} \frac{\sin^n(x^2) \times 2n \sin^{n-1}(x^2) \times \cos x^2}{(2\sin^2\frac{x}{2})^n} \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \lim_{n\to 0} \frac{(x^2)^{2n} \times n \times (x^2)^{n-1} \times 2n}{(2(\frac{x}{2})^2)^n} = \frac{(x)^{2n+2n-2+1} \times 2n}{(x)^{2n} \times \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{2n x^{4n-1}}{\frac{1}{2^n} \times x^{2n}} = 2^{n+1} \times n \times x^{4n-2n-1} \quad \hookrightarrow 4n-2n-1 \neq 0 \rightarrow n = \frac{2m+1}{4}$$

$$\hookrightarrow 2^{n+1} \times \frac{2m+1}{4} = 2\sqrt{2} \rightarrow m = \frac{7}{2},\ n = 2 \rightarrow 2m+n = 9$$