پارسا کریمی دوازدهم دوشنبه پسر

۱۸٫۵

۱ —

$g'(x) = (۲\tan(1+\tan^۲) - \sqrt{۲}\sin)\, f'(\tan^۲ + \sqrt{۲}\cos x)$

$g'(\frac{\pi}{۴}) = \sqrt{۳} \longrightarrow ۳ f'(۲) = \sqrt{۳} \longrightarrow \boxed{f'(۲) = \frac{\sqrt{۳}}{۳}}$

۲

۲ —

$f(x) = \frac{(۲+\cos)(\cos^۲ - ۲\cos + ۴)}{(۲-\cos)(۲+\cos)} = \frac{\cos^۲ - ۲\cos + ۴}{۲-\cos}$

$f'(\frac{v\pi}{۶}) - ۴g'(\frac{v\pi}{۶}) = (f-۴g)'(\frac{v\pi}{۶}) \longrightarrow f - ۴g_{(x)} = \frac{\cos^۲ - ۲\cos + ۴ - ۴}{۲-\cos} = \frac{\cos^۲ - ۲\cos}{۲-\cos} = \boxed{\cos x}$

$\longrightarrow \cancel{f(x)}$, $\xrightarrow{\text{مشتق}} -\sin x = -\sin\frac{v\pi}{۶} = -۱ \times -\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$

۱٫۷۵

$\frac{\cos x(\cos x - ۲)}{۲-\cos x} = -\cos x$

$(-\cos x)' = -(-\sin x) = \sin x$

$\sin\frac{v\pi}{۶} = -\frac{۱}{۲}$

۳ —

$|۴x-۳|\sqrt{ax} \longrightarrow x \geq \frac{۳}{۴} \longrightarrow (۴x-۳)\sqrt{ax}$ مشتق عامل صفر شونده $= ۴\sqrt{ax}$

$|۴x-۳|\sqrt{ax} \quad x < \frac{۳}{۴} \longrightarrow -(۴x-۳)\sqrt{ax}$ مشتق عامل صفر $= -۴\sqrt{ax}$

$\xrightarrow[x=\frac{۳}{۴}]{\text{تفاضل}} \cancel{۴}\sqrt{ax} = \cancel{۴}\sqrt{۶} \longrightarrow \sqrt{۱۲a} = \sqrt{۶} \longrightarrow \boxed{a = \frac{۱}{۲}}$

۲

۴ —

$\boxed{y = -ax+۲} \longrightarrow f'(x) = -a$

$f(۴) = -۴a+۲ \longrightarrow -۴a+۲-a = -۱ \longrightarrow -۵a = -۳ \longrightarrow a = \frac{۳}{۵}$

$\longrightarrow f'(۴) = -a = -\frac{۳}{۵}$

۲

۵ —

$y = \frac{۱}{۷}x + \frac{۵}{۷} \qquad \frac{ax-۱}{۳x+۱} = \frac{x+۵}{۷} \xrightarrow{\Delta = ۰ \text{ اول صعود}} ۷ax - ۷ = ۳x^۲ + ۱۶x + ۵$

$\longrightarrow ۳x^۲ + (۱۶-۷a)x + ۱۲ = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۰} (۱۶-۷a)^۲ - ۱۴۴ = ۰ \longrightarrow \boxed{a = ۴}$ ، $\boxed{a = \frac{۴}{۷}}$

۲

۶ —

$f(۲) = ۰ \longrightarrow ۸ + ۲a - b = ۰ \longrightarrow b = -۱۶$

$f'(۲) = ۰ \longrightarrow ۱۲ + a = ۰ \longrightarrow \boxed{a = -۱۲}$

$\longrightarrow \boxed{b - a = -۱۶ + ۱۲ = -۴}$

۲

پارسا کریمی دوازدهم دوشنبه پسر

۷ـ

$f(x) = \sin^n(x^2) \longrightarrow f'(x) = n\sin^{n-1}(x^2)\, 2x\cos x$

پاراسکری

$\dfrac{\sin^n(x^2)\, 2xn\sin^{n-1}(x^2)\cos x}{(1-\cos x)^m} = \dfrac{2xn\sin^{2n-1}(x^2)\cos x}{(1-\cos)^m} = \dfrac{2xn\sin^{2n-1}(x^2)}{(1-\cos)^m} = 32\sqrt{2}$

$\to \dfrac{2xn\sin^{2n-1}(x^2)}{(1-\cos)^m} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \dfrac{x^{4n-1}\, n}{\left(\frac{x^2}{2}\right)^m} = 16\sqrt{2} \longrightarrow x^{2m} = x^{4n-1}$

$\longrightarrow \boxed{2m = 4n-1} \longrightarrow \boxed{m = 2n - \frac{1}{2}}$

$\to 2m+n = 9$

۲

$2^m \times n = 16\sqrt{2}$

سلام سوال به این سختی کنکور چه سالی بوده؟

ریاضی تیر ۱۴۰۰ ـ خارج :)

$\longrightarrow 2^{2n-\frac{1}{2}} \times n = 16\sqrt{2} \longrightarrow n = 2$

$\longrightarrow m = \frac{7}{2}$

۸ـ

می‌دانیم شیب تابع و وارون آن وارون یکدیگر هستند

$\longrightarrow (f^{-1}(x))' = \dfrac{1}{f'(x)}$

$\longrightarrow f'(x) = \dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)^2} = \dfrac{\frac{-2}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}-1)^2} \longrightarrow f'(2) = \dfrac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

۱٫۵

$\to (f^{-1}(2))' = \dfrac{1}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$

۹ـ

$f(0) = 1$

$f(-1) = 8(-a+1) = -8a+8$

$\longrightarrow 1 + 8a - 8 = \dfrac{8a-7}{2a+1} = -11$

$\to -11 + 7 = -4 \longrightarrow 8a = -4$

$\longrightarrow a = -\frac{1}{2}$

۱٫۲۵

ادامه سوال؟ :(

۱۰ـ

$y_2 = (\sin^2 + \cos^2)(\sin^2 - \cos^2) \longrightarrow \boxed{y_2 = -\cos 2x} \xrightarrow{\text{آهنگ تغییر متوسط}} \dfrac{1-0}{\frac{\pi}{4}} = \dfrac{4}{\pi}$

$y_1 = \sin x \cos 2x \xrightarrow{\text{آهنگ تغییر متوسط}} = \dfrac{-1-0}{\frac{\pi}{4}} = -\dfrac{4}{\pi}$

$\xrightarrow{\text{نسبت}} \dfrac{-\frac{4}{\pi}}{\frac{4}{\pi}} = -1$

۲

۹

$$\frac{f(۰)-f(-۱)}{۰-(-۱)} = \frac{۱-۸(-a+۱)}{۱} = ۸a-۷=-۱۱ \rightarrow ۸a=-۴ \rightarrow \boxed{a=-\frac{۱}{۲}}$$

$$f'(x) = ۳(x^۲+۱)^۲(۲x)(ax+۱) + a(x^۲+۱)^۳ \xrightarrow{-۲a=۱} f'(۱) = ۳(۲)^۲(۲)\left(\frac{۱}{۲}\right) + -\frac{۱}{۲}(۲)^۳$$

$$f'(۱) = ۱۲ - ۴ = ۸$$

۸

$$f^{-۱}(۲)=t \rightarrow f(t)=۲ \rightarrow \sqrt{t}+۱ = ۲\sqrt{t}-۲ \rightarrow \sqrt{t}=۳ \rightarrow t=۹$$

$$(f^{-۱})'(۲) = \frac{۱}{f'(۹)} \quad ، \quad f'(x) = \frac{-۲}{(\sqrt{x}-۱)^۲} \times \frac{۱}{۲\sqrt{x}}$$

$$f'(۹) = \frac{-۲}{(۲)^۲} \times \frac{۱}{۶} = -\frac{۱}{۱۲} \longrightarrow (f^{-۱})'(۲) = -۱۲$$