نام و نام خانوادگی ...امیرعلی رئیسی......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۲... کلاس ......دوازدهم...B......

۱۷/۵

۱

$g'(x) = (2\tan x(1+\tan^2 x) - \sqrt{2}\sin x)\, f'(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x)$

$g'(\frac{\pi}{4}) = 3f'(2) = \sqrt{3} \Rightarrow f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{4}\,3}$

۲

۲

$\underbrace{f(x) - 2g(x)}_{h(x)} = \underbrace{\frac{8+\cos^3 x}{4-\cos^2 x}}_{\frac{\cos^2 x + 4 - 2\cos x}{2-\cos x}} - \frac{4}{2-\cos x} = \frac{\cos x(\cos x - 2)}{2-\cos x} = -\cos x$

$h'(x) = \sin x \Rightarrow h'(\frac{7\pi}{4}) = \sin\frac{7\pi}{4} = -\frac{1}{2}$

۲

۳

$\lim_{x\to\frac{3}{4}^+} \frac{(4x-3)\sqrt{ax} - 0}{x-\frac{3}{4}} = \lim_{x\to\frac{3}{4}^-} \frac{-(4x-3)\sqrt{ax}}{x-\frac{3}{4}} = 2\sqrt{6}$

$\frac{(4x-3)\sqrt{ax}}{x-\frac{3}{4}} = \sqrt{6}$ $\underset{\text{عامل صفر شونده}}{\overset{\text{هوپ مشتق}}{=}}$ $\lim_{x\to\frac{3}{4}^+} \frac{4\sqrt{ax}}{1} = \sqrt{6} \Rightarrow 2\sqrt{3a} = \sqrt{6}$, $\sqrt{12a} = \sqrt{6} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

۲

۴

$f(4) = 2 - 4a \Rightarrow 2 - 4a - a = -1 \Rightarrow 3 = 5a \Rightarrow a = \frac{3}{5}$

$f'(4) = -a \Rightarrow f'(4) = -\frac{3}{5}$

۲

۵

$y' = \frac{a+3}{(3x+1)^2} = \frac{1}{7} \Rightarrow 7a + 21 = 9x^2 + 6x + 1 \Rightarrow 7a = 9x^2 + 6x - 20$

$\xrightarrow{x=2} 7a = 36 + 12 - 20$

$7a = 28 \Rightarrow a = 4$

$\frac{5+a}{7} = \frac{ax-1}{3x+1} \Rightarrow 7ax - 7 = 3x^2 + 16x + 5$

$9x^3 + 6x^2 - 20x - 7 = 3x^2 + 16x + 5$

$9x^3 + 3x^2 - 36x - 12 = 0$

$3x^3 + x^2 - 12x - 4 = 0$

$(x-2)(3x^2+7x+2) = 0 \Rightarrow x = 2$

دو ریشه این معادله منفی است!!

۲

$3x^2 + 2a = y' \xrightarrow[y'=0]{x=2} 12 + a = 0 \Rightarrow a = -12$ $f(2) = 0 = 8 + 2a - b = 0 \Rightarrow 8 - 24 - b = 0 \Rightarrow b = -16$ $-16 - (-12) = -4$ ۲	۶
۰ 	۷
$f'(x) = \dfrac{(\frac{1}{2\sqrt{x}})(\sqrt{x}-1) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)^2} = \dfrac{-\frac{1}{\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}-1)^2}$ $\quad f'(2) = \dfrac{-\frac{1}{\sqrt{2}}}{(\sqrt{2}-1)^2} = \dfrac{-1}{3\sqrt{2}-4}$ $f'(2) = \dfrac{1}{f'^{-1}(2)} \Rightarrow f'^{-1}(2) = 4 - 3\sqrt{2}$ ۱,۵	۸
$f(0) = 1$ $f(-1) = -8a + 8$ $\Rightarrow \dfrac{1 + 8a - 8}{1} = -11 \Rightarrow 8a - 7 = -11 \Rightarrow 8a = -4$ $a = -\frac{1}{2}$ $f'(x) = 6x(x^2+1)^2(-\frac{1}{2}x + 1) + -\frac{1}{2}(x^2+1)^3$ $f'(1) = 24 \times \frac{1}{2} + (-4) = 8$ ۲	۹
$\dfrac{f(\frac{\pi}{2}) - f(\frac{\pi}{4})}{g(\frac{\pi}{2}) - g(\frac{\pi}{4})} = \dfrac{-1 - 0}{1} = -1$ ۲	۱۰

۷

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{n}(x^{۲})\times ۲x\sin^{n-1}(x^{۲})\times\cos x^{۲}}{\left(۲\sin^{۲}\frac{x}{۲}\right)^{m}}\overset{\text{هم ارزی}}{\rightsquigarrow}\lim_{x\to 0}\frac{(x^{۲})^{n}\times n\times(x^{۲})^{n-1}\times ۲x}{\left(۲\left(\frac{x}{۲}\right)^{۲}\right)^{m}}=\frac{(x)^{۲n+۲n-۲+۱}\times ۲n}{(x)^{۲m}\times\frac{۱}{۲}}$$

$$=\frac{۲nx^{۴n-۱}}{\frac{۱}{۲^{m}}\times x^{۲m}}=۲^{m+۱}\times n\times x^{۴n-۲m-۱}$$

$\to ۴n-۲m-۱=۰\to n=\frac{۲m+۱}{۴}$

$\to ۲^{m+۱}\times\frac{۲m+۱}{۴}=۳۲\sqrt{۲}\longrightarrow m=\frac{۷}{۲},\ n=۲\to \boxed{۲m+n=۹}$

۸

$f^{-۱}(۲)=t\to f(t)=۲\longrightarrow \sqrt{t}+۱=۲\sqrt{t}-۲\longrightarrow\sqrt{t}=۳\to t=۹$

$${f^{-۱}}'(۲)=\frac{۱}{f'(۹)}\qquad ,\quad f'(x)=\frac{-۲}{(\sqrt{x}-۱)^{۲}}\times\frac{۱}{۲\sqrt{x}}$$

$$f'(۹)=\frac{-۲}{(۲)^{۲}}\times\frac{۱}{۶}=-\frac{۱}{۱۲}\longrightarrow\boxed{{f^{-۱}}'(۲)=-۱۲}$$