Date :

مهدی کردسیچانی ـ تکلیف ۲۳

۱۹,۷۵ آفرین

Page : ( )

---

(۱)

$$g'(x) = (۲ \times \frac{۱}{\cos^۲ x} \times \tan x - \sqrt{۲}\cos x) f'(\tan^۲ x + \sqrt{۲}\cos x)$$ (۲)

$$g'(\frac{\pi}{۴}) = (۲ \times ۲ \times ۱ - ۱) f'(۲) = \sqrt{۳} = ۳ f'(۲) = \sqrt{۳} \Rightarrow f'(۲) = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$ ✓

$$f(x) = \frac{(\cancel{۲+\cos x})(۴+\cos^۲ x - ۲\cos x)}{(\cancel{۲+\cos x})(۲-\cos x)} = \frac{(۲-\cos x)^۲}{۲-\cos x} = ۲-\cos x \Rightarrow f' = \sin x$$ (۲)

$$f'(\frac{۷\pi}{۶}) = \frac{-۱}{۲}$$ ✓

$$g'(x) = \frac{-۲(\sin x)}{(۲-\cos x)^۲} \Rightarrow g'(\frac{۷\pi}{۶}) =$$ (۲)

$$x > \frac{۳}{۴} \Rightarrow f(x) = (۴x-۳)\sqrt{ax} \rightarrow f'(x) = ۴\sqrt{ax} \Rightarrow f'_+(\frac{۳}{۴}) = ۲\sqrt{۳a}$$ (۳)

$$x < \frac{۳}{۴} \Rightarrow f(x) = -۴\sqrt{ax} \Rightarrow f'_-(\frac{۳}{۴}) = -۲\sqrt{۳a}$$ (۲)

$$f'_+(\frac{۳}{۴}) - f'_-(\frac{۳}{۴}) = ۲\sqrt{۶} = ۴\sqrt{۳a} \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$ ✓

$$f'(۴) = -a \quad , \quad f(۴) = ۲-۴a \Rightarrow ۲-۵a = -۱ \quad \Leftarrow \quad y = -ax+۲$$ (۴)

$$a = \frac{۳}{۵} \Rightarrow f'(۴) = \frac{-۳}{۵}$$ ✓ (۲)

$$\underbrace{\frac{ax-۱}{۳x+۱} = \frac{x+۵}{۷}}_{\text{مقدار برابر}} \qquad \underbrace{\frac{۱}{۷} = \frac{a+۳}{(۳x+۱)^۲}}_{\text{مشتق برابر}} \Leftarrow \qquad y = \frac{۱}{۷}x + \frac{۵}{۷}$$ (۵)

با توجه به این دو رابطه x را ۲ ✓ بدست می آوریم و در نتیجه $a=۴$ ✓ می شود (۲)

④

$f'(۲)=۱ \Rightarrow ۳x^۲+a=f'(x) \Rightarrow ۱۲+a=\overset{۰}{\cancel{۱}} \Rightarrow \underline{a=-۱۲}$

در x=۲ بر محور xها مماس است پس هم خودش هم مشتق آن در ۲ صفر است!

$f(۲)=۲ \Rightarrow ۸+۲a-b=۸-۲۴-b=۲ \Rightarrow \underline{b=-۱۶}$

۱/۷۵

$b-a=-۱۶+۱۲=\cancel{-۷}$ -۴

⑦

$f'(x)=۲xn\sin^{n-1}(x^۲)\cdot\cos x^۲ \Rightarrow \lim_{x\to ۰}\frac{\cancel{\cos}\sin^n(x^۲)\times ۲nx\cos x^۲\sin^{n-1}x^۲}{(1-\cos x)^m}$

$=\lim\frac{۲nx\sin^{۲n-1}x^۲}{(\frac{x^۲}{۲})^m}=\lim_{x\to ۰}\frac{۲nx^{۴n-1}}{\frac{x^{۲m}}{۲^m}}=\lim_{x\to ۰}\frac{۲^{m+1}\times n\times x^{۴n-1}}{x^{۲m}}=۳۲\sqrt{۲}$

۲ ✓

$\Rightarrow ۲m=۴n-۱ \Rightarrow m=۲n-\frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{matrix} n=۲ \\ ۲m=۷ \end{matrix} \Rightarrow ۲m+n=\boxed{۹}$

⑧

$x=\frac{\sqrt{y}+1}{\sqrt{y}-1} \Rightarrow f^{-1}(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^۲ \Rightarrow f^{-1\prime}(x)=۲\times\frac{x+1}{x-1}\times\frac{-۲}{(x-1)^۲}$

۲

$\Rightarrow f^{-1\prime}(۲)=۲\times۳\times-۲=-۱۲$ ✓

⑨

$m=-۱۱=\frac{۱+۸a-۸}{۱} \Rightarrow ۸a-۷=-۱۱ \Rightarrow a=\frac{-۱}{۲}$

$\Rightarrow \underline{x=۱} \longrightarrow f'(x)=۳(۲x)(x^۲+۱)^۲(ax+۱)+a(x^۲+۱)^۳$

$\Rightarrow f'(۱)=۶\times۴\times\frac{۱}{۲}+\frac{-۱}{۲}\times۸=۸$

۲

⑩

$\left.\begin{matrix} x=\frac{\pi}{۲}\rightarrow y=-۱ \\ x=\frac{\pi}{۴}\rightarrow y=۰ \end{matrix}\right\} m=\frac{-۱}{\frac{\pi}{۴}}=\frac{-۴}{\pi} \Rightarrow \frac{\frac{-۴}{\pi}}{\frac{۴}{\pi}}=\boxed{-۱}$

$y=(\underbrace{\sin^۲x+\cos^۲x}_{۱})(\sin^۲x-\cos^۲x)=-\cos ۲x \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=\frac{\pi}{۲}\rightarrow y=۱ \\ x=\frac{\pi}{۴}\rightarrow y=۰ \end{matrix}\right\} m'=\frac{۱}{\frac{\pi}{۴}}=\frac{۴}{\pi}$

۲