۱۷,۲۵

محمد صالح محمدی

①

$$g(x) = f(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x)$$

$$g'(x) = (2\tan x(1+\tan^2 x) + -\sqrt{2}\sin x)\, f'(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x)$$

$\frac{\pi}{4}$ ① ① ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② ③

$$\longrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = f'(2)$$

۲

②

$$f(x) = \frac{8+\cos^3 x}{4-\cos^2 x} = \frac{4-2\cos x+\cos^2 x}{2-\cos x}$$

$$\frac{4-2\cos x+\cos^2 x}{2-\cos x} - \frac{4}{2-\cos x} = \frac{\cos^2 - 2\cos}{2-\cos} = -\cos x$$

$$\xrightarrow{\prime} +\sin x \xrightarrow{x = \frac{7\pi}{6}} = ? \; -\tfrac{1}{2}$$

۲

③

$$4x - 3\sqrt{ax} \longrightarrow 4\sqrt{an}$$

$$\longrightarrow 8\sqrt{an}$$

$$(3-4x)\sqrt{an} \longrightarrow -4\sqrt{an}$$

$$8\sqrt{\tfrac{3}{4}a} = 4\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{12a} = \sqrt{a} \Rightarrow a = \tfrac{1}{2}$$

۲

④

$$y = ax+2$$

$$f(4) + f'(4) = -1$$

$$2 - 4a + -a = -1 \longrightarrow 3 = 5a \longrightarrow a = \tfrac{3}{5}$$

$$f'(4) = \tfrac{3}{5}$$

۱,۷۵

$$f'(4) = -a$$

$$f'(4) = -\tfrac{3}{5}$$

⑤

$$y = \frac{x+5}{7}$$

$$\frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7} =$$

$$7ax - 7 = 3x^2 + 15x + x + 5 \longrightarrow 3x^2 + (16-7a)x + 12 = 0$$

$$16 - 7a = -12 \longrightarrow 7a = 28 \rightarrow a = 4$$

۲

۶)

$$\lambda + ۲a - b = ۰ \Rightarrow \lambda - ۲۴ - b = ۰ \rightarrow b = -۱۶$$

$$۳x^۲ + a \rightarrow ۱۲ + a = ۰ \Rightarrow a = -۱۲ \qquad b - a = -۱۶ + ۱۲ = -۴$$

۲

۷)

۰

۸)

$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = ۲ \longrightarrow \sqrt{x} = ۳ \rightarrow x = ۹$$

۲

$$\frac{\frac{1}{۲\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1) - \frac{1}{۲\sqrt{x}}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)^۲} \qquad -\frac{۲}{۶} - \frac{۲}{۶} = -\frac{۲}{۶}$$

$$= \frac{-\frac{۲}{۶}}{۴} = -\frac{1}{۱۲} \longrightarrow (-۱۲) \text{ ، شیب دیگر}$$

۹)

$$\frac{1 - \lambda(-a+1)}{۰ - (-1)} = -۱۱ \longrightarrow -۱۱ = 1 + \lambda a - \lambda$$

$$-۴ = \lambda a \Rightarrow a = -\tfrac{1}{۲}$$

۱/۵

$$f'(۰) = ۱۴$$

$$(x^۲+1)^۳(-\tfrac{1}{۲}x+1) \;,\; ۳(x^۲+1)^۲(۲x)(-\tfrac{1}{۲}x+1) - (-\tfrac{1}{۲})(x^۲+1)^۳ = ۱۴$$

۱۰)

$$\frac{\sin\frac{\pi}{۲}\cos\pi - \sin\frac{\pi}{۲}\cos\frac{\pi}{۲}}{\sin^۲\frac{\pi}{۲} - \cos\frac{\pi}{۲}^۲ - (\sin\frac{\pi}{۲}^۲ - \cos\frac{\pi}{۲}^۲)} = -1$$

۲

۶

$y = -ax + ۲ \longrightarrow f(٤) = -۴a + ۲ \quad , \quad f'(٤) = -a$

$-٤a + ۲ - a = -۱ \longrightarrow -۵a = -۳ \longrightarrow a = +\frac{۳}{۵} \longrightarrow \boxed{f'(٤)} = \boxed{-\frac{۳}{۵}} \quad -a$

۷

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^n(x^۲) \times ۲x \sin^{n-1}(x^۲) \times \cos x^۲}{(۲\sin^۲ \frac{x}{۲})^m} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x \to 0} \frac{(x^۲)^n \times x \times (x^۲)^{n-1} \times ۲x}{(۲(\frac{x}{۲})^۲)^m} = \frac{(x)^{۲n+۲n-۲+۱} \times ۲x}{(x)^{۲m} \times \frac{۱}{۲}}$$

$$= \frac{۲x x^{۴n-۱}}{\frac{۱}{۲^m} \times x^{۲m}} = ۲^{m+۱} \times x \times x^{۴n-۲m-۱} \rightarrow ۴n - ۲m - ۱ = ۰ \longrightarrow n = \frac{۲m+۱}{۴}$$

$$\rightarrow ۲^{m+۱} \times \frac{۲m+۱}{۴} = ۳۲\sqrt{۲} \longrightarrow m = \frac{۷}{۲} \; , \; n = ۲ \longrightarrow \boxed{۲m + n = ۹}$$

۹

$$\frac{f(۰) - f(-۱)}{۰ - (-۱)} = \frac{۱ - ۸(-a+۱)}{۱} = ۸a - ۷ = -۱۱ \longrightarrow ۸a = -۴ \longrightarrow \boxed{a = -\frac{۱}{۲}}$$

$$f'(x) = ۳(x^۲+۱)^۲(۲x)(ax+۱) + a(x^۲+۱)^۳ \xrightarrow{-۲a=۱} f'(۱) = ۳(۲)^۲(۲)(\frac{۱}{۲}) + -\frac{۱}{۲}(۲)^۳$$

$$f'(۱) = ۱۲ - ۴ = \boxed{۸}$$