نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس دوازدهم سری B

۱

$g(x) = f(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x) \xrightarrow{\text{مشتق}} g'(x) = f'(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x)(2\tan x(1+\tan^2 x) + (-\sqrt{2})\sin x)$

$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} g'(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{3} = f'(2) \times 3 \rightarrow \boxed{f'(2) = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

۲

$f(x) = \frac{8+\cos^3 x}{4-\cos^2 x} \quad g(x) = \frac{2}{2-\cos x} \rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) \cdot g'(\frac{\pi}{6}) (4g - 2g^2)'(\frac{\pi}{6})$

$\frac{4+\cos^2 x - 2\cos x}{2-\cos x}$ $4g - 2g^2 = \frac{4+\cos^2 x \cdot 2\cos x - 4}{2-\cos x} = \frac{\cos x(\cos x - 2)}{2-\cos x} = -\cos x$

$\rightarrow (4g - 2g^2)' = \sin x \rightarrow (4g - 2g^2)'(\frac{\pi}{6}) = \sin\frac{\pi}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$

۳

$f(x) = |4x-3|\sqrt{ax} \xrightarrow{\text{مشتق}} x \rightarrow \frac{3}{4}^+ \quad (4x-3)\sqrt{ax} \quad 4 \times \frac{\sqrt{\frac{3}{4}a}}{2} = 2\sqrt{3a}$

$x \rightarrow \frac{3}{4}^- \quad (3-4x)\sqrt{ax} \quad -4 \times \frac{\sqrt{\frac{3}{4}a}}{2} = -2\sqrt{3a}$

اتلاف $\xrightarrow{2}$ $4\sqrt{3a} = 2\sqrt{6} \rightarrow 2\sqrt{3a} = \sqrt{6} \rightarrow \sqrt{12a} = \sqrt{6}$

$\boxed{a = \frac{1}{2}}$

۴

$y = -ax^2 + 2x$ در $x=3$ مماس $\rightarrow f'(3) = 6 - a$

$\rightarrow f(3) = -9a + 2$

$f(3) + f'(3) = -1 \rightarrow -9a + 2 - a = -1 \rightarrow a = \frac{3}{5}$

$f'(3) = -a = \boxed{-\frac{3}{5}}$

۵

$7y - x = 5 \rightarrow y = \frac{x}{7} + \frac{5}{7}$ $\Big\}$ $y = \frac{ax-1}{3x+1} = \frac{x+5}{7}$ $\rightarrow$

$7ax - 7 = 3x^2 + 14x + 5 \rightarrow 3x^2 + (14 - 7a)x + 12 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0}$

$(14-7a)^2 - 144 = 0 \rightarrow 14 - 7a = \pm 12 \rightarrow a = \frac{2}{7}, a = 4$

$a = 4$ اگر $y = \frac{3x-1}{3x+1} \rightarrow y' = \frac{7}{(3x+1)^2}$, $\frac{1}{7} \rightarrow 3x+1 = 7 \rightarrow x = 2$ ✓

$3x+1 = -7 \rightarrow x = -\frac{8}{3}$

$a = \frac{2}{7} \rightarrow y' = \frac{7}{(3x+1)^2}, \frac{1}{7} \rightarrow 3x+1 = \pm 7 \rightarrow x = 2, x = -\frac{8}{3}$ ✓

a هم $\frac{2}{7}$ و هم 4 قابل قبول است

در $x=2$ بر محور x ها مماس $\rightarrow f'(2)=0$, $f(2)=0$ $\rightarrow y=x^3+ax-b \rightarrow f'(x)=3x^2+a$

$\rightarrow f'(2)=12+a=0 \rightarrow a=-12$ } $y=x^3+ax-b \rightarrow f(2)=$ 6

$-16-b=0 \quad b=-16 \rightarrow b-a=-16+12=-4$

$f(x)=\sin^n(x^2)$ } $\lim \dfrac{f(x)\times f'(x)}{(1-\cos x)^m}=32\sqrt{2}$

$\rightarrow \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^n(x^2)\times n\times \sin^{(n-1)}(x^2)(\cos(x^2))(2x)}{(1-\cos x)^m} = \dfrac{x^{2n}\times n\times x^{2n-2}\times 2x\times(1-\frac{x^4}{2})}{\frac{x^{2m}}{2^m}}$ 7

$=\dfrac{2n\times x^{4n-1}\times 2^m}{x^{2m}}=32\sqrt{2} \rightarrow 4n-1=2m$

$\rightarrow 2n\times 2^m=32\sqrt{2} \rightarrow n\times 2^m=16\sqrt{2} \rightarrow m=\frac{7}{2} \quad n=2$

$3m+n=7+2=9$

شیب خط مماس بر f^{-1} در $x=2$ $\rightarrow$ ابتدا نقطه‌ای که $f(x)$ را ۲ کرده پیدا کردن

$f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=2 \rightarrow 2\sqrt{x}-2=\sqrt{x}+1 \rightarrow \sqrt{x}=3 \rightarrow x=9$

مشتق f در $x=9$ بدست $\rightarrow f'=\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)-(\frac{1}{2\sqrt{x}})(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)^2}=\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}}{4}=-\dfrac{1}{12}$ 8

$\rightarrow$ اگر مشتق f در نقطه ۹ برابر a باشد مشتق f^{-1} در نقطه ۲ برابر $\frac{1}{a}$ است $\rightarrow (f^{-1}(2))'=-12$

$f(x)=(x^2+1)^3(ax+1)$ $\xrightarrow{\text{آهنگ متوسط}}$ $f(0)=1$, $f(-1)=-8a+8$ $\rightarrow$ آهنگ $=\dfrac{1-(-8a+8)}{1}=-11$

$8a-7=-11 \rightarrow 8a=-4 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$\rightarrow$ آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=1$ ، مشتق در نقطه $x=1$ { $f'(x)=3(x^2+1)^2(2x)(-\frac{1}{2}x+1)+-\frac{1}{2}(x^2+1)^3$ 9

$=12-4=8$

$y=\sin x\cos 2x$ $\xrightarrow{\text{آهنگ متوسط}}$ $f(\frac{\pi}{4})=0$, $f(\frac{\pi}{2})=-1$ $\rightarrow$ آهنگ $=\dfrac{-1}{\frac{\pi}{4}}=-\dfrac{4}{\pi}$

$y=\sin^4 x-\cos^4 x$ $\xrightarrow{\text{آهنگ متوسط}}$ $g(\frac{\pi}{4})=0$, $g(\frac{\pi}{2})=1$ $\rightarrow$ آهنگ $=\dfrac{1}{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{4}{\pi}$ 10

$\dfrac{-\frac{4}{\pi}}{\frac{4}{\pi}}=-1$