امین جلالی

۱ / ج

$$g'(x) = \left(2\tan x\,(1+\tan^2 x) - \sqrt{2}\sin x\right) f'\left(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x\right)$$

$$\longrightarrow g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = f'(2) \times (2\times 2 - 1) = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

ج

۲ / ج

$$f(x) = \frac{(\cos x+2)(\cos^2 x+4-2\cos x)}{(2-\cos x)(\cos x+2)} = \frac{\cos^2 x - 2\cos x + 4}{2-\cos x}$$

$$\longrightarrow f-2g = \frac{\cos^2 x - 2\cos x}{2-\cos x} = \frac{-\cos x\,(2-\cos x)}{2-\cos x}$$

$$= -\cos x \longrightarrow f'(x) - 2g'(x) = \sin x \longrightarrow f'\left(\frac{7\pi}{6}\right) - 2g'\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$= \sin\frac{7\pi}{6} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

ج

$$x \longrightarrow \frac{۳}{۴}^{+} \longrightarrow (۴x-۳)\sqrt{ax} \Rightarrow f'_{+}\left(\frac{۳}{۴}\right) = ۴\left(\sqrt{\frac{۳a}{۴}}\right) + \cancel{\frac{a}{۲\sqrt{\frac{۳}{۴}a}}\left(۰^{+}\right)}$$ $\frac{۳}{۴}$

$$x \longrightarrow \frac{۳}{۴}^{-} \longrightarrow (-۴x+۳)\sqrt{ax} \Rightarrow f'_{-}\left(\frac{۳}{۴}\right) = -۴\left(\sqrt{\frac{۳a}{۴}}\right) + \cancel{\frac{a}{۲\sqrt{\frac{۳}{۴}a}}\left(۰^{-}\right)}$$

$$\Longrightarrow f'_{+}\left(\frac{۳}{۴}\right) - f'_{-}\left(\frac{۳}{۴}\right) = ۲\sqrt{۶} \Rightarrow ۴\sqrt{\frac{۳a}{۴}} - \left(-۴\sqrt{\frac{۳a}{۴}}\right) = ۲\sqrt{۶}$$

$$۸\sqrt{\frac{۳a}{۴}} = ۲\sqrt{۶} \longrightarrow \boxed{a = \frac{۱}{۲}}$$

$f(۴) = ۲ - ۴a$, $f'(۴) = -a$ $\Rightarrow ۲ - ۴a - a = -۱ \Rightarrow -۵a = -۳$ $\Rightarrow \boxed{a = \frac{۳}{۵}} \Rightarrow f(۴) = -۰,۴$ ۴ د

$۷y = x + ۵ \xrightarrow{x=y} ۶x = ۵ \rightarrow x = \frac{۵}{۶} \Rightarrow y' = \frac{a+۳}{(۳x+۱)^۲} = \frac{۱}{۷}$ ۵ ب

$\xrightarrow{x=\frac{۵}{۶}} a + ۳ = \frac{۷}{۴} \rightarrow \boxed{a = -\frac{۵}{۴}}$

$f'(۲) = ۰ \Rightarrow ۳x^۲ + a = ۰ \Rightarrow ۱۲ + a = ۰ \Rightarrow \boxed{a = -۱۲}$ ۶ ج

$f(۲) = ۰ \Rightarrow ۸ - ۲۴ - b = ۰ \Rightarrow \boxed{b = -۱۶}$

$\Rightarrow b - a = \boxed{-۴}$ ج

$f'(x) = ۲ax \sin^{n-۱}(x^۲) . \cos(x^۲) \Rightarrow \lim_{x \to ۰} \frac{f(x) . f'(x)}{(۱-\cos x)^m}$ ۷ ب

$= \lim_{x \to ۰} \frac{\sin^n(x^۲) . ۲nx \cos(x^۲) \sin^{n-۱}(x^۲)}{(\underbrace{۱-\cos x}_{\frac{x^۲}{۲}})^m}$

$\underbrace{n = ۲ , m = \frac{۷}{۲}}$ $\Rightarrow ۲m + n = \boxed{۹}$

$\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim \frac{۲^{m+۱} x n x n^{۴x-۱}}{x^{۲m}} = ۳۲\sqrt{۲} \Rightarrow ۲m = ۴n - ۱ - m = ۲n - ۱$

$\sqrt{xy} - y = \sqrt{x} + ۱ \rightarrow \sqrt{xy} - \sqrt{x} = ۱ + y \Rightarrow \sqrt{x}(y-۱) = ۱ + y$ ۸ د

$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{۱+y}{y-۱} \Rightarrow y = \left(\frac{۱+x}{-۱+x}\right)^۲ \Rightarrow y' = ۲\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right)\left(\frac{۱(x-۱) - ۱(x+۱)}{(x-۱)^۲}\right)$

$\Rightarrow$ شیب‌ماس $= ۲(۳)(-۲) = \boxed{-۱۲}$ ج

$$\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)} = 11 = \frac{1+8a-8}{1} \rightarrow 8a-7=-11 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$$ 9 ج

$$f'(x) = 3(x^2+1)^2(2x)\left(-\frac{1}{2}x+1\right)-\frac{1}{2}(x^2+1)^3 \Rightarrow f'(1)=\boxed{8}$$ ج

15 د

$$\frac{f(\frac{\pi}{2})-f(\frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}} \xrightarrow{\text{آهنگ متوسط}} f_1(x) = \frac{\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{4}} = \boxed{-\frac{1}{\frac{\pi}{2}}}$$

$$f_2(x) = (\sin^2 x-\cos^2 x)(\sin^2 x+\cos^2 x)$$

$$= \sin^2-\cos^2 \xrightarrow[\text{متوسط}]{\text{آهنگ}} \frac{\sin^2\frac{\pi}{2}-\cos^2\frac{\pi}{2}-\sin^2\frac{\pi}{4}+\cos^2\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \boxed{\frac{1}{\frac{\pi}{2}}}$$

ج -1 = نسبت $\Leftarrow$