شماره تکلیف : ۲۳ سید سجاد ن

①

$g'(x) = \left(۲\tan x(۱+\tan^۲ x) - \sqrt{۲}\sin x\right) f'\left(\tan^۲ x + \sqrt{۲}\cos x\right)$

$g'(\frac{\pi}{۴}) = (۲\times۱\times۲-۱) f'(۱+۱) = ۳f'(۲) = \sqrt{۶} \Rightarrow f'(۲) = \frac{\sqrt{۶}}{۳}$

②

$f(x) = \frac{\cancel{(\cos x+۲)}(\cos^۲ x - ۲\cos x + ۴)}{(۲-\cos x)\cancel{(۲+\cos x)}} = \frac{\cos^۲ x - ۲\cos x + ۴}{۲-\cos x}$

$(f-۲g)'(x) = \left(\frac{\cos^۲ x - ۲\cos x+۴}{۲-\cos x} - \frac{۴}{۲-\cos x}\right)' = \left(\frac{\cos x\cancel{(\cos x-۲)}}{-\cancel{(۲-\cos x)}}\right)' = \sin x$

$\Rightarrow (f-۲g)'(\frac{۷\pi}{۶}) = \sin\frac{۷\pi}{۶} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

③

$f'_+(\frac{۳}{۴}) = \left((۴x-۳)\sqrt{ax}\right)' = ۴\sqrt{ax}\Big|_{\frac{۳}{۴}} = ۴\times\frac{\sqrt{۳a}}{۲} = ۲\sqrt{۳a}$

در حل عوض شده

$f'_-(\frac{۳}{۴}) = \left(-(۴x-۳)\sqrt{ax}\right)' = -۴\sqrt{ax}\Big|_{\frac{۳}{۴}} = -۴\times\frac{\sqrt{۳a}}{۲} = -۲\sqrt{۳a}$

$\Rightarrow ۲\sqrt{۳a} - (-۲\sqrt{۳a}) = \overset{۲}{\cancel{۴}}\sqrt{۳a} = \cancel{۲}\sqrt{۶} \Rightarrow \boxed{a = \frac{۱}{۲}}$

④

$y = -ax+۲ \Rightarrow y = -۴a+۲ \Rightarrow f(۴) = -۴a+۲$

$f'(۴) = -a$

$\oplus \quad -۴a+۲-a = -۱$

$-۵a = -۳ \to \boxed{a = ۰/۶} \Rightarrow f'(۴) = -۰/۶$

⑤

$y = \frac{۱}{۷}x + \frac{۵}{۷} \Rightarrow \frac{ax-۱}{۳x+۱} = \frac{۱}{۷}x + \frac{۵}{۷} \Rightarrow ۷ax - ۷ = ۳x^۲ + ۱۶x + ۵$

$\Rightarrow ۳x^۲ + (۱۶-۷a)x + ۱۲ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۰ \Rightarrow (۱۶-۷a)^۲ - ۱۴۴ = ۰ \Rightarrow$

$۱۶-۷a = ۱۲ \to a = \frac{۴}{۷}$ غ ق ق

$۱۶-۷a = -۱۲ \to a = ۴$ ✓

مشتق آن نیز صفر است

$۶x + \underset{-۱۲}{\cancel{(۱۶-۷a)}} = ۰ \Rightarrow \boxed{x = ۲}$

به ازای $a = ۴$ محل تماس در نقطه طول است

$$f(2)=8+2a-b=0 \Rightarrow b=-14$$

$$f'(2)=3\times4+a=0 \Rightarrow \boxed{a=-12} \quad \Bigg\} \rightarrow b-a=-14+12=\boxed{-2}$$ ⑥

$$f'(x)=n\sin^{n-1}(x^2)\times 2x\cos(x^2)$$ ⑦

$$f(x)f'(x)=\frac{\cancel{\sin^{n}(x^2)}}{\sin^{n-1}(x^2)\times\overline{\sin(x^2)}}\times n\sin^{n-1}(x^2)\times \underline{2x}\,\underline{\cos(x^2)} \Rightarrow$$

$$f(x)f'(x)=\sin^{2n-2}(x^2)\times\sin(2x^2)\times x\times n$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin^{2n-2}(x^2)\cdot\sin(2x^2)\times n\times x}{\left(4\sin^2\frac{x}{2}\right)^m}\overset{\text{هم‌ارزی}}{=}\lim_{x\to0}\frac{x^{4n-4}\times 2x^2\times n\times x}{\left(\frac{x^2}{2}\right)^m}=$$

$$\frac{2^m\times 2n\times x^{4n-1}}{x^{2m}}=32\sqrt{2}\Rightarrow\begin{cases}2^m\times n=2^{\frac{9}{2}}\Rightarrow n=2^z\Rightarrow\\ 2^{m+z}=2^{\frac{9}{2}}\Rightarrow\boxed{m+z=\frac{9}{2}}\\ 2m=4n-1\\ \boxed{2m=2^{z+2}-1}\end{cases}\ominus\Rightarrow 2^{z+2}+2z=10\Rightarrow\boxed{z=1}$$

$$\Rightarrow n=2^1=\underset{\sim}{2}\;,\; m=\frac{7}{2}=3.5$$

$$2m+n=7+2=\boxed{9}$$

$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=2\Rightarrow\sqrt{x}+1=2\sqrt{x}-2\Rightarrow\sqrt{x}=3\Rightarrow\boxed{x=9}$$ ⑧

$$f'(x)=\frac{-2\times\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}-1)^2}\Rightarrow f'(9)=\frac{-\frac{1}{3}}{4}=-\frac{1}{12}\Rightarrow(f^{-1})'(2)=\frac{1}{f'(9)}=\boxed{-12}$$

$f(-1) = ۸(-a+1)$ ④

$f(0) = 1 \Rightarrow$ آهنگ متوسط $= \frac{f(-1)-f(0)}{-1-0} = \frac{-۸a+۷}{-1} = -11$

$\rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{۲}}$

$f'(x) = ۳(x^۲+1)^۲(۲x)(x+1)^{-\frac{1}{۲}} + (-\frac{1}{۲})(x^۲+1)^۳ \Rightarrow$

$f'(\underset{1}{\cancel{-\frac{1}{۲}x-۲}}) = ۳(۲)^۲\cancel{(۲)}\cancel{(\frac{1}{۲})} + (-\frac{1}{۲}) \times ۸ = ۱۲ - ۴ = ۸$

$f(x) = \sin x \cos ۲x \Leftrightarrow \begin{cases} f(\frac{\pi}{۴}) = 0 \\ f(\frac{\pi}{۲}) = -1 \end{cases} \Rightarrow$ آهنگ متوسط $= \frac{0-(-1)}{\frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۲}} = \boxed{-\frac{۴}{\pi}}$ ۱۰

$g(x) = -\cos ۲x \Leftrightarrow \begin{cases} f(\frac{\pi}{۴}) = 0 \\ f(\frac{\pi}{۲}) = 1 \end{cases} \Rightarrow$ آهنگ متوسط $= \frac{0-1}{\frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۲}} = \frac{۴}{\pi}$

$\Rightarrow \frac{-\frac{۴}{\pi}}{\frac{۴}{\pi}} = \boxed{-1} \leftarrow$ نسبت آهنگ متوسط توابع